Ejercicios resueltos de Gestión Cinegética

José Luis Pérez Bote

Ejercicios resueltos de Gestión Cinegética

José Luis Pérez Bote

PRÓLOGO

Se presentan aquí una serie de ejercicios relacionados con la asignatura Ordenación Cinegética y Piscícola. Dado que he querido dar un carácter fundamentalmente práctico a la asignatura y debido a que durante el curso no es posible extenderse en algunos temas todo lo deseado, recojo aquí material complementario (ejercicios) para un mejor seguimiento y aprovechamiento de la asignatura. Se trata de ejercicios que pueden realizarse con la ayuda de una calculadora o con Excel. Entiendo que para muchos de ellos existen programas informáticos que podrían utilizarse, especialmente en problemas sobre ecología, pero el programa práctico no incluye el aprendizaje y manejo de sofisticados programas de ordenador.

La gestión cinegética incluye una gran variedad de aspectos que pueden abordar desde la gestión económica de un coto, hasta la estima de parámetros biológicos o ecológicos de las especies cinegéticas. Obviamente no se encontrarán problemas sobre todos ellos, pero sí sobre los que con más frecuencia aparecen cuando se hace un proyecto de gestión, tales como estimas poblacionales o el cálculo de los cupos de captura. Los ejercicios que se presentan pueden ser discutidos respecto a la metodología empleada para resolverlos. Se ha discutido, se discute y se discutirá cual es la forma más apropiada para calcular, por ejemplo, los cupos de captura. En este caso, como en otros, se ofrecen diversas maneas para hacerlo. Es el lector el que debe elegir el más apropiado en función de los interese que persiga, su formación, presupuesto, etc. Siempre hay bibliografía especializada para profundizar.

Algunos de los problemas que apareen en esta relación son propios, pero otros están basados o se han tomado de otros autores tales como Tellería (1986), Covisa (1998), Pedrosa (2005), Badii et al. (2012), Colegio de Ingenieros de Montes (2016), etc. (ver Bibliografía), donde podrán encontrarse más problemas y, en muchos casos, el fundamento teórico de los mismos que, por razones de tiempo, no se han podido explicar en clase.

Debo hacer constar que muchos de los dibujos NO están a escala, ya que solo se ha pretendido realizar una representación gráfica de una situación real para que la comprensión del problema sea más sencilla.

Al final encontrareis algunas referencias bibliográficas de interés.

Olivenza, 28 de septiembre de 2018

ÍNDICE

DISTRIBUCIÓN y DISPERSIÓN

Ejercicio 1

A finales de invierno realizamos 30 censos de 1 km para determina la distribución de las perdices en un coto. Los resultados fueron los siguientes (modificado de Tellería, 1989):

Censo nº	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
perdices	3	6	9	5	4	1	0	1	0	0
Censo nº	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
perdices	2	4	3	5	2	1	0	2	2	2
Censo nº	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
perdices	3	5	7	2	4	4	4	4	1	2

Con estos resultados ¿Qué tipo de distribución tienen las perdices?

Solución:

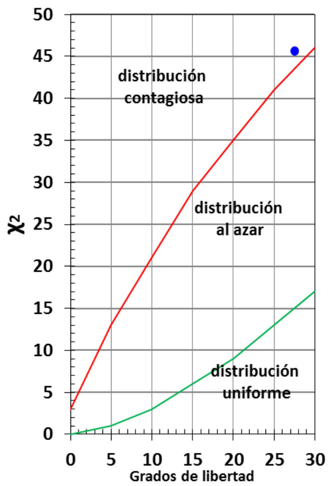
En primer lugar calculamos el índice de dispersión de la muestra:

$$I = \frac{S^2}{\bar{x}} = \frac{4{,}59}{2{,}93} = 1{,}56$$

Donde $\mathbf{S^2}$ es la varianza y $\bar{\mathbf{x}}$ la media. A partir de aquí calculamos el valor de $\chi 2$:

$$\chi^2 = I\ (n-1) = 1{,}56\ (30-1) = \ 46{,}4$$

Ahora recurrimos al gráfico de Eliott (1979) ya que n< 31. Vemos que para 29 grados de libertad obtenemos un valor de $\chi 2$= 46,4;, por tanto obtenemos que la distribución es en agregados.



Ejercicio 2

Hemos realizado una serie de censos de corzos en 35 parcelas de 75 ha en un coto de caza mayor con los siguientes resultados:

Corzos por parcela	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Número de parcelas	3	3	5	6	5	9	1	1	2

Deseamos saber qué tipo de distribución tienen los corzos y cuáles serían las frecuencias esperadas (tomado de Tellería, 1989).

Solución:

En primer lugar calculamos el índice de dispersión de la muestra:

$$I = \frac{S^2}{\bar{x}} = \frac{4{,}37}{3{,}57} = 1{,}22$$

A partir de aquí calculamos el valor de $\chi 2$:

$$\chi^2 = I\ (n-1) = 1{,}22\ (35-1) = \ 41{,}48$$

Al ser n>31 calculamos el valor de **d**:

$$d = \sqrt{2 \cdot\ 41{,}48} - \ \sqrt{2\ \cdot (35-1) - 1} = 9{,}11 - 8{,}18 = 0{,}93$$

Como d<1,96 la distribución parece ajustarse al azar.

Si realmente los corzos se distribuyen al azar, el patrón de distribución debería ajustarse a una distribución de Poisson. Vamos a comprobarlo.

Se calcula, en primer lugar, el número de parcelas esperadas en las que habría 0, 1, 2, 3… corzos. Para ello aplicamos la siguiente fórmula:

$$p(x) = \ e^{-\lambda}\ \frac{\lambda^x}{x!}$$

Donde $\boldsymbol{\lambda}$ es la media muestral y **x** el número de corzos por parcela. Así, por ejemplo para x= 0 tenemos que:

$$p\ (x_0) = e^{-3,57}\ \frac{3,57^0}{0!} = 0,028$$

Para x=1 tendríamos que:

$$p(x_1) = e^{-3,57}\ \frac{3,57^1}{1!} = 0,1$$

Finalmente obtendríamos la siguiente tabla:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
p(x)	0,02816	0,10052	0,17942	0,21351	0,19056	0,13606	0,08096	0,04129	0,01842
p(x) · 35	1,0	3,5	6,3	7,5	6,7	4,8	2,8	1,4	0,6

p(x) · 35 (el número de unidades de muestreo) representa las frecuencias esperadas. Por tanto, ya se puede construir la tabla de $\chi 2$ con las frecuencias observadas y esperadas:

Observadas	3	3	5	6	5	9	1	1	2
Esperadas	1,0	3,5	6,3	7,5	6,7	4,8	2,8	1,4	0,6

Empleando Excel o cualquier programa de estadística comprobamos como $p>0,05$, por lo que aceptamos que no hay diferencias significativas entre los valores observados y esperados generados por una distribución de Poisson, lo cual implica que los corzos se distribuyen al azar.

CENSOS

Ejercicio 3

En un coto de caza mayor decidimos realizar un censo con objeto de determinar el número de ciervos y la distribución de los mismos. Para ello se batieron 21 manchas con los siguientes resultados:

Censo	n_i
1	2
2	5
3	6
4	3
5	2
6	0
7	1
8	9
9	11
10	2
11	4
12	7
13	8
14	5
15	3
16	2
17	1
18	1
19	6
20	8
21	1

Solución:

Para este tipo de censos, en los que los animales se distribuyen en manchones es recomendable aplicar el modelo de Morisita para estimar la distribución:

$$I_\delta = \left[\frac{\sum n_i \cdot (n_i - 1)}{n\,(n-1)} \right] \cdot N \qquad [1]$$

Donde **n_i** es el número de individuos en cada unidad muestral, **n** es el número total de individuos en las **i** unidades muestrales y **N** es el número de unidades muestrales.

Utilizamos una tabla de Excel para realizar los cálculos:

muestras	n_i	n_i-1	n·(n_i-1)
1	2	1	2
2	5	4	20
3	6	5	30
4	3	2	6
5	2	1	2
6	0	-1	0
7	1	0	0
8	9	8	72
9	11	10	110
10	2	1	2
11	4	3	12
12	7	6	42
13	8	7	56
14	5	4	20
15	3	2	6
16	2	1	2
17	1	0	0
18	1	0	0
19	6	5	30
20	8	7	56
21	1	0	0
N=21	Suma= 87		Suma= 468

Sustituimos en la ecuación [1]:

$$I_\delta = \left[\frac{\sum n_i \cdot (n_i - 1)}{n\,(n-1)}\right] \cdot N = \left[\frac{468}{87 \cdot 86}\right] \cdot 21 = 1{,}3135$$

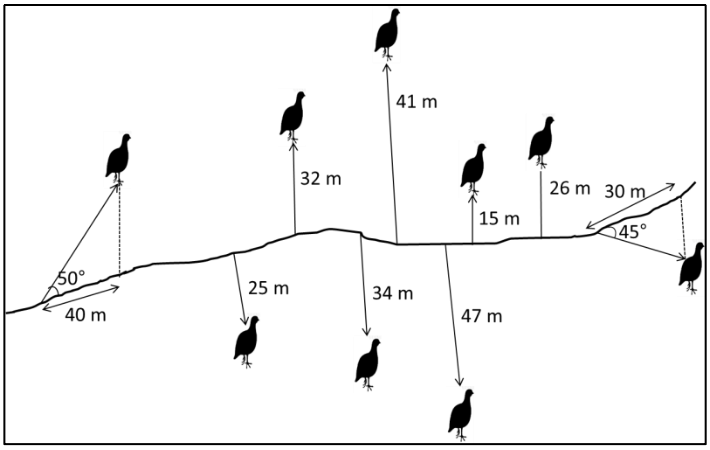
Valores de I_δ menores, iguales o superiores a 1 representan distribuciones de tipo uniforme, al azar o en agregados respectivamente. En nuestro caso parece que tenemos una distribución en agregados, pero debemos realizar la prueba de significancia (H_0: $I_\delta = 1$; H_a: $I_\delta \neq 1$) por medio de la siguiente ecuación:

$$F_{\text{calculada}} = \left[\frac{I_\delta \cdot (n-1) + (N-n)}{(N-1)}\right] = \left[\frac{1{,}3135 \cdot 86 - 66}{20}\right] = 2{,}35$$

Este valor debe compararse con el de F_{tabulada} para N-1 grados de libertad e ∞. Por tanto debemos obtener el valor de $F_{20,\infty}$= 1,80. Como $F_{\text{calculada}} > T_{\text{tabulada}}$ rechazamos H_0, la dispersión de los ciervos es en agregados.

Ejercicio 4

En un coto deportivo gestionado se desea conocer el número de perdices existentes antes de cazar. En un recorrido previo de 3 km se obtienen un total de 9 contactos. La primera perdiz se detecta a la izquierda, a una distancia imposible de determinar con exactitud. Sin embargo, se estima que la perdiz está desviada 50° respecto al observador. Al pasar a la altura de la misma la perdiz no se ha movido y se estima una distancia de 40 m desde el punto de partida. Durante el avance se observan tres perdices a la derecha del observador a 25, 34 y 47 metros y cuatro a la izquierda a distancias de 32, 41, 15 y 26 m respectivamente. Finalmente se levanta una perdiz a 45° del observador, estimándose una distancia de 30 m hasta la línea de avance.



Con estos datos, ¿cuál es la densidad de perdices en el coto? (modificado de Pedrosa, 2005).

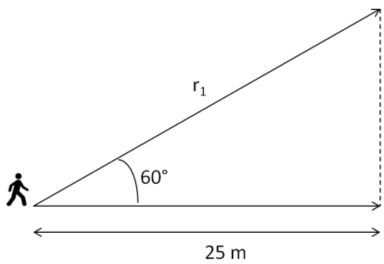
Solución:

Estamos realizando un itinerario de censo donde los animales son contactados a medida que nos desplazamos. En este caso se suponen unas distancias de huida (**r**), a partir de las cuales los animales se levantan y, por tanto, pueden ser detectados. Según este supuesto para calcular la densidad (**D**) de la población debemos aplicar la fórmula de Haynes:

$$\widehat{D} = \frac{1}{2 \cdot L} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{r_i} \qquad [1]$$

Donde **L** es la longitud total del recorrido.

Para calcular la distancia a la que se encuentra la primera perdiz (r_1) nos ayudamos de la trigonometría. Según el enunciado el ave se encuentra a una distancia (r_1) no conocida del observador, pero sabemos que



está orientada a 60° del mismo y su proyección sobre la línea de avance está a 25 m del observador. Por tanto, en primer lugar, pasamos las coordenadas cartesianas a polares de modo que:

$$x = r_1 \cdot \cos 60°$$

por tanto:

$$r_1 = x / \cos 60° = 25 \text{ m} / 0{,}5 = 50 \text{ m}$$

Las distancias a las otras perdices vienen dadas:

$$r_2 = 30 \text{ m}, r_3 = 20 \text{ m}, r_4 = 45 \text{ m y } r_5 = 45 \text{ m}.$$

Sustituyendo en [1] tenemos que:

$$\widehat{D} = \frac{1}{2 \cdot 2500 \text{ m}} \sum_{i=1}^{5} \frac{1}{r_i} = \frac{1}{2 \cdot 2500 \text{ m}} \left(\frac{1}{50 \text{ m}} + \frac{1}{30 \text{ m}} + \frac{1}{20 \text{ m}} + \frac{1}{45 \text{ m}} + \frac{1}{45 \text{ m}} \right) =$$

$$= 0{,}0000296 \frac{\text{perdices}}{\text{m}^2}$$

Pasamos los m^2 a hectáreas:

$$0{,}0000296 \frac{\text{perdices}}{\cancel{\text{m}^2}} \cdot 10000 \frac{\cancel{\text{m}^2}}{\text{hectárea}} = 0{,}3 \text{ perdices/ hectárea}$$

o bien 3 perdices / 10 hectáreas.

Ejercicio 5

Deseamos conocer la densidad de perdices en un coto de 2500 ha. Para ello realizamos tres transectos en los que se detectaron 50 aves, a las que se les estimó la distancia (**r_i**, metros) y el ángulo (**θ**) respecto al observador. Los resultados fueron los siguientes (modificado de Tellería, 1989):

Transecto 1 (2500 m)			**Transecto 2 (2500 m)**			**Transecto 3 (2500 m)**		
Ave	**r_i**	**θ**	**Ave**	**r_i**	**θ**	**Ave**	**r_i**	**θ**
1	10	15°	23	16	65°	40	105	36°
2	21	20°	24	29	60°	41	89	36°
3	14	45°	25	31	50°	42	75	45°
4	59	62°	26	25	40°	43	43	49°
5	61	36°	27	42	32°	44	132	52°
6	32	25°	28	48	39°	45	145	60°
7	45	46°	29	39	41°	46	123	36°
8	28	19°	30	58	26°	47	76	29°
9	19	26°	31	36	35°	48	68	28°
10	59	28°	32	15	37°	49	82	27°
11	45	59°	33	50	39°	50	89	25°
12	42	43°	34	26	42°			
13	26	36°	35	45	41°			
14	28	35°	36	68	36°			
15	19	26°	37	44	12°			
16	34	24°	38	115	36°			
17	38	25°	39	125	38°			
18	41	21°						
19	43	32°						
20	55	16°						
21	56	47°						
22	15	55°						

Solución:

Se trata un itinerario de censo, donde los animales son contactados a medida que nos desplazamos. En este caso tenemos distancias y ángulos de huida. Según este supuesto para calcular la densidad ($\widehat{D}$) de la población debemos aplicar la fórmula de Haynes:

$$\widehat{D} = \frac{1}{2 \cdot L} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{r_i} \qquad [1]$$

Ahora bien, para poder aplicar Haynes con ángulos debemos comprobar que se cumplan unos requisitos:

1º. Que no exista correlación entre las distancias de huida ($\mathbf{r}_i$) y los ángulos de dispersión ($\boldsymbol{\theta}_i$). Para ello podemos utilizar el comando COEF.DE.CORREL de Excel, que de forma rápida nos proporciona el coeficiente de correlación entre r_i y θ_i. En este caso el valor que obtenemos es r=0,1275, por tanto no hay correlación entre las dos variables.

2º. Que nuestro ángulo medio de observación no difiera de 32,7°. Para ello aplicamos la siguiente fórmula, tras obtener el ángulo medio de nuestra población, $\bar{\theta}$= 36,66°

$$Z = \frac{(\bar{\theta} - 32{,}7)\sqrt{n}}{21{,}56}$$

Así pues tenemos que:

$$Z = \frac{(36{,}66° - 32{,}7)\sqrt{50}}{21{,}56} = 1{,}29$$

Como $1{,}29 < 1{,}96$ (en la escala Z es el valor que corresponde a p= 0,05) concluimos que este ángulo no difiere de 32,7°. En caso contrario no se podría aplicar este método.

Ya podemos calcular el valor de la densidad a partir de [1]:

$$\widehat{D} = \frac{1}{2 \cdot 2500\ \mathrm{m}} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{1{,}407\ m} = \ 0{,}0002814\ \text{perdices/m}^2$$

Pasamos a hectáreas y tenemos que:

0,0002814 perdices/$\cancel{\mathrm{m}^2}$ · 10000 $\cancel{\mathrm{m}^2}$/ha= 2,814 perdices/ha≃ 3 perdices/ha

Ejercicio 6

Vamos a estimar la densidad de perdices de un coto utilizando los datos del ejercicio anterior, con la única diferencia de que $\bar{\theta}$= 40°.

Entonces tendremos que:

$$Z = \frac{(40 - 32{,}7) \cdot \sqrt{50}}{21{,}56} = 2{,}39$$

Como 2,39 >1,96 no podemos aplicar el método de Hayne, debemos aplicar la fórmula del método modificado de Hayne:

$$\widehat{D} = (1{,}9661\text{-}0{,}02954 \cdot \bar{\theta}\,)\ \frac{1}{2 \cdot L}\ \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{r_i}$$

Por tanto:

$$\widehat{D} = (1{,}9661\text{-}0{,}02954 \cdot 40)\ \frac{1}{2 \cdot 2500 \text{ m}}\ \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{1{,}407 \text{ m}} = \ 0{,}0002207 \text{ perdices/m}^2$$

Pasamos a hectáreas y tenemos que:

0,00002207 perdices/$\cancel{\text{m}^2}$ · 10000 $\cancel{\text{m}^2}$/ha= 0,2207 perdices/ha= 22 perdices/100ha

Ejercicio 7

En un coto de perdiz de 4500 has (**S**) se realiza un censo precinegético mediante el método de transecto finlandés. Si en 35 km (**L**) detectamos 62 ejemplares (**N**) ¿Cuál es el número total de perdices en el coto? En este caso la distancia máxima de detectabilidad fue de 200 m.

Solución:

En un transecto finlandés la densidad se calcula de acuerdo con la siguiente fórmula:

$$\widehat{D} = \frac{\mathrm{N} \cdot \widehat{\mathrm{k}}}{\mathrm{L}} \qquad [1]$$

Donde **N** es el número de animales avistados, **L** es la longitud del recorrido y **k** es el factor de detectabilidad. Sabemos que la distancia máxima de detectabilidad (1/k) son 200 m. Si:

$$\frac{1}{\mathrm{k}} = 200 \text{ m}$$

Entonces:

$$\mathrm{k} = 0{,}005 \text{ / m}$$

Sustituyendo en [1] tenemos que:

$$\widehat{D} = \frac{62 \text{ perdices } \cdot \text{ } 0{,}005/\mathrm{m}}{35000 \text{ m}} = 0{,}0000088 \text{ perdices/m}^2$$

Pasamos este resultado a hectáreas:

$$0{,}000088 \ \frac{\text{perdices}}{\cancel{\mathrm{m}^2}} \cdot 10000 \ \frac{\cancel{\mathrm{m}^2}}{\text{hectárea}} = 0{,}088 \text{ perdices/ hectárea}$$

Finalmente el número de perdices en el coto lo obtenemos a partir de la fórmula de la densidad (**D**),

$$D = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{S}}, \text{por tanto } \mathrm{N} = \mathrm{D} \cdot \mathrm{S} = 0{,}088 \frac{\text{perdices}}{\cancel{\text{hectárea}}} \cdot 4500 \ \cancel{\text{hectáreas}} = 398{,}57 \text{ perdices}$$

Ejercicio 8

Para determinar la densidad de una determinada población de perdices por el método del transecto finlandés se efectúa un muestreo para el que se fija una anchura de banda de 50 m y se recorren 10 km. Se obtienen un total de 14 contactos, de los cuales 5 están dentro de la banda elegida. Con estos datos ¿Cuál es la densidad de perdices en el coto?

Solución:

En un transecto finlandés la densidad se calcula de acuerdo con la siguiente fórmula:

$$\widehat{D} = \frac{n \cdot \hat{k}}{L} \qquad [1]$$

Sabemos que:

$$\hat{k} = \frac{1-\sqrt{1-\mathrm{p}}}{\mathrm{a}} \qquad [2]$$

Donde **p** es la proporción de animales detectados dentro de la banda de detección (a= 50 m. Por tanto al sustituir en [2] tenemos que:

$$\hat{k} = \frac{1-\sqrt{1-5/9}}{0{,}05\ \mathrm{km}} = 1 - \frac{0.67}{0{,}05\ \mathrm{km}} = 13{,}41/\mathrm{km}$$

Si sustituimos este valor en [1] obtenemos que:

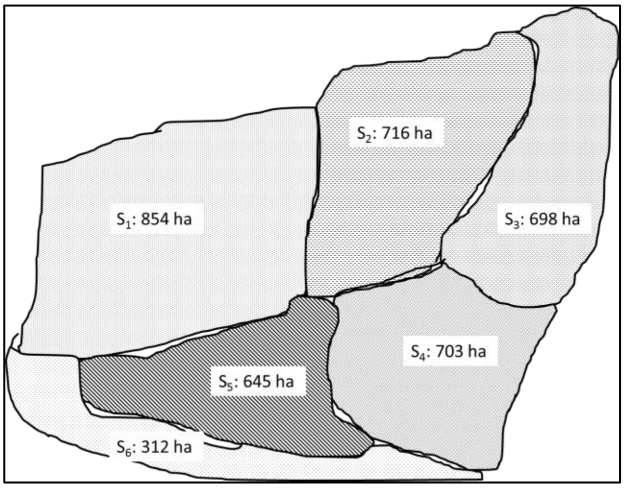
$$\widehat{D} = \frac{14\ \text{perdices} \cdot 13{,}41/\mathrm{km}}{10\ \mathrm{km}} = 18{,}78\ \text{perdices}/\mathrm{km}^2$$

Pasamos este resultado a hectáreas:

$$10{,}78\ \frac{\text{perdices}}{\cancel{\mathrm{km}^2}} \cdot \frac{\cancel{\mathrm{km}^2}}{100\ \text{hectáreas}} = 0{,}11\ \text{perdices/ ha}$$

Ejercicio 9

Se desea cazar por primera vez en un coto de caza mayor y necesitamos conocer el número de animales que lo ocupan. El coto puede sectorizarse en seis zonas diferentes, cuyas superficies son las siguientes: 854, 716, 698, 703, 645 y 312 hectáreas. Si en un censo previo de 20 km hemos contado 42 ciervos ¿qué longitudes deberán tener los censos en cada uno de los sectores asumiendo un error máximo del 10%? (modificado de Pedrosa, 2005).



Solución:

Se trata de un itinerario de censo en el que la longitud (**L**) se calcula del siguiente modo:

$$\mathrm{L} = \frac{b}{[CV(D)]^2} \cdot \frac{L_i}{n_i}$$

Donde **b** es una constante cuyo valor es 3, **CV (D)** es la variación o error que queremos asumir, $\mathbf{L_i}$ es la longitud del transecto previo realizado y $\mathbf{n_i}$ el número de ciervos contactados durante ese recorrido. De este modo la longitud total a recorrer será:

$$L = \frac{3}{[0{,}1]^2} \cdot \frac{20 \text{ km}}{42} = 142{,}8 \text{ km}$$

La superficie total del coto ($\mathbf{S_t}$) es la suma de las superficies de cada uno de los sectores. Así:

$$S_t = 854 + 716 + 698 + 703 + 645 + 312 = 3928 \text{ has}$$

La longitud a recorrer en cada parcela ($\mathbf{L_e}$) dividido por la superficie de la misma ($\mathbf{S_e}$) tiene que ser proporcional a la longitud total recorrida ($\mathbf{L_t}$) dividida por la superficie total ($\mathbf{S_t}$). Así tenemos que:

$$\frac{L_e}{S_e} = \frac{L_t}{S_t}$$

Por tanto: $\frac{L_e}{S_e} = \frac{142{,}8 \text{ km}}{3928 \text{ has}}$, o lo que es lo mismo $L_e = \frac{142{,}8 \text{ km}}{3928 \text{ has}} \cdot$ Se

Para cada parcela el recorrido sería:

$$L_1 = \frac{142{,}8\text{ km}}{3928\text{ has}} \cdot S_1 = \frac{142{,}8\text{ km}}{3928\ \cancel{\text{has}}}\, 854\ \cancel{\text{has}} = 31{,}01\text{ km}$$

$$L_2 = \frac{142{,}8\text{ km}}{3928\text{ has}} \cdot S_2 = \frac{142{,}8\text{ km}}{3928\ \cancel{\text{has}}}\, 716\ \cancel{\text{has}} = 25{,}99\text{ km}$$

$$L_3 = \frac{142{,}8\text{ km}}{3928\text{ has}} \cdot S_3 = \frac{142{,}8\text{ km}}{3928\ \cancel{\text{has}}}\, 698\ \cancel{\text{has}} = 25{,}33\text{ km}$$

$$L_4 = \frac{142{,}8\text{ km}}{3928\text{ has}} \cdot S_4 = \frac{142{,}8\text{ km}}{3928\ \cancel{\text{has}}}\, 703\ \cancel{\text{has}} = 25{,}51\text{ km}$$

$$L_5 = \frac{142{,}8\text{ km}}{3928\text{ has}} \cdot S_5 = \frac{142{,}8\text{ km}}{3928\ \cancel{\text{has}}}\, 645\ \cancel{\text{has}} = 23{,}41\text{ km}$$

$$L_6 = \frac{142{,}8\text{ km}}{3928\text{ has}} \cdot S_6 = \frac{142{,}8\text{ km}}{3928\ \cancel{\text{has}}}\, 312\ \cancel{\text{has}} = 11{,}32\text{ km}$$

Si sumamos los recorridos en cada transecto obtenemos el recorrido total:

$$31{,}01+25{,}99+25{,}33+25{,}51+23{,}41+11{,}32 = 142{,}63\text{ km} \simeq 142{,}8\text{ km}$$

Ejercicio 10

El guarda de un coto de caza menor nos informa que ha recorrido 15 km y ha contado 25 conejos. Con estos datos la densidad de conejos en el coto es de 0,28 conejos por hectárea ¿Cuál es el ancho de banda utilizada por el guarda en su recorrido? (modificado de Pedrosa, 2005).

Solución:

Se trata de un transecto ordinario, por lo que la densidad se calcula de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\widehat{D} = \frac{\mathrm{n}}{2 \cdot \mathrm{L} \cdot \mathrm{a}} \qquad [1]$$

Siendo **n** el número de conejos observados, **L** la longitud del transecto y **a** el ancho de banda. De la ecuación [1] podemos despejar **a** tras unificar todas las medidas, en este caso D:

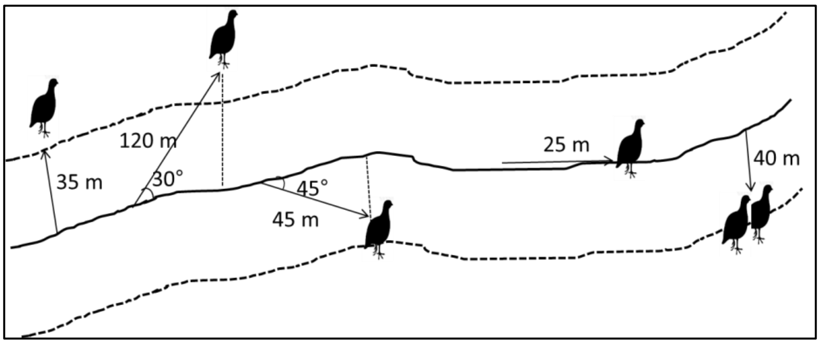
$$\widehat{D} = \frac{0{,}28 \text{ conejos}}{\cancel{\text{ha}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{ha}}}{10000\ \text{m}^2} = \ 0{,}000028 \text{ conejos/m}^2$$

y L= 15 km= 15000 m, tenemos que:

$$\mathrm{a} = \frac{\mathrm{n}}{2 \cdot \mathrm{L} \cdot \widehat{\mathrm{D}}} = \frac{25\ \cancel{\text{conejos}}}{2 \cdot 15000\ \cancel{\text{m}} \cdot 0{,}000028\ \cancel{\text{conejos}}/\text{m}^{\cancel{2}}} = \frac{25}{2 \cdot 15000\ \ \cdot 0{,}000028\ /\text{m}} \simeq 30 \text{ m}$$

Ejercicio 11

Al inicio de primavera se realiza un transecto de 5 km de longitud y un ancho de banda de 50 m para estimar el número de perdices en un coto de 500 hectáreas. Los contactos fueron los siguientes:



Uno a 35 m de la línea de progresión, justo al pasar a la altura del ave.

Uno a la izquierda, a unos 120 m de distancia formando un ángulo de 30° con la línea de progresión.

Uno a la derecha, a 40 m formando un ángulo de 45°.

Uno, sobre la línea de progresión a 25 m de distancia.

Dos a la derecha, a 40 m justo al pasar a su altura.

Calcular el tamaño de la población (modificado de Pedrosa, 2005).

Solución:

Se trata de un transecto ordinario en los que hay una serie de contactos dentro de un límite impuesto por una distancia a ambos lados. Lo primero que tenemos que comprobar es que los contactos (**C_x**) estén o no dentro del ancho de banda impuesto (a= 50 m).

C_1= 35 m. Dentro de banda.

C_2= 120 m · seno 30°= 120 m · 0,5= 60 m. Fuera de banda.

C_3= 40 m · seno 45°= 40 m · 0,7= 28,28 m. Dentro de banda.

C_4= 25 m. Dentro de banda.

C_5 y C_6= 40 m. Dentro de banda.

Por tanto, todos los contactos están dentro de banda, excepto C_2, de modo que n= 5. Para calcular la densidad ($\widehat{D}$) en un transecto ordinario aplicamos la fórmula:

$$\widehat{D} = \frac{\mathrm{n}}{2 \cdot \mathrm{L} \cdot \mathrm{a}}$$

De este modo tenemos que:

$$\widehat{D} = \frac{5 \text{ perdices}}{2 \ \cdot \ 5 \text{ km} \ \cdot \ 0{,}05 \text{ km}} = 10 \text{ perdices/km}^2$$

Sabemos también que $\widehat{D}$= N/S, por lo que N= $\widehat{D}$ · S. Antes de realizar esta operación debemos pasar la superficie del coto (S= 500 ha) a km²:

$$\text{S} = 500 \ \cancel{\text{ha}} \cdot \text{km}^2/100 \ \cancel{\text{ha}} = 5 \text{ km}^2$$

Ya podemos calcular el número de perdices del coto:

$$N = 10 \ \frac{\text{perdices}}{\text{km}^{\cancel{2}}} \cdot 5 \text{ km}^{\cancel{2}} = 50 \text{ perdices}$$

Ejercicio 12

Para planificar la nueva temporada cinegética en un coto de perdiz de 2500 ha realizamos dos transectos. El primero tenía como objetivo determinar el número de reproductores que habían sobrevivido al invierno. Para ello se realizó un recorrido de 50 km (**L**) en el que se contaron 42 individuos (**n**) dentro de la banda de observación elegida (**a**= 30 m) y 98 fuera de la misma. El segundo transecto se realizó antes de la época de caza. Se recorrieron 35 km y se contaron 89 perdices dentro de banda y 114 fuera de ella. Con estos datos estimar los efectivos poblacionales cuando se realizaron los censos (modificado de Pedrosa, 2005).

Solución:

La densidad ($\widehat{D}$) en el transecto finlandés se ajusta a la expresión:

$$\widehat{D} = \frac{\mathrm{n} \cdot \hat{\mathrm{k}}}{\mathrm{L}} \quad [1]$$

donde **n** es el número de animales observados y **k** el factor de detectabilidad, que se calcula del siguiente modo:

$$\hat{k} = \frac{1 - \sqrt{1 - \mathrm{p}}}{a} \quad [2]$$

siendo p la proporción de contactos dentro de banda.

Primer censo:

n= 140, p= 42/98= 0,428 y L= 50 km. Sustituyendo en [2]:

$$\hat{k} = \frac{1 - \sqrt{1 - \mathrm{p}}}{a} = \frac{1 - \sqrt{1 - 0{,}428}}{0{,}03 \text{ km}} = \frac{1 - \sqrt{0{,}572}}{0{,}03 \text{ km}} = \frac{0{,}2437}{0{,}03 \text{ km}} = 8{,}12 \text{ km}^{-1}$$

El valor de $\widehat{D}$ lo obtenemos sustituyendo en [1]:

$$\widehat{D} = \frac{140 \cdot 8{,}12 \text{ km}^{-1}}{50 \text{ km}} = 22{,}74 \frac{\text{perdices}}{\text{km}^2}$$

Ahora pasamos este valor a hectáreas:

$$22{,}74 \frac{\text{perdices}}{\cancel{\text{km}^2}} \cdot \frac{\cancel{\text{km}^2}}{100 \text{ ha}} = 0{,}2274 \text{ perdices/ha}$$

El censo arrojaría el siguiente resultado:

$$0{,}2274 \text{ perdices}/\cancel{\text{ha}} \cdot 2500 \cancel{\text{ha}} = 569 \text{ perdices}$$

Segundo censo:

n= 203, p= 89/114= 0,780 y L= 35 km. Sustituyendo en [2]:

$$\hat{k} = \frac{1 - \sqrt{1 - \mathrm{p}}}{a} = \frac{1 - \sqrt{1 - 0{,}780}}{0{,}03\ \mathrm{km}} = \frac{1 - \sqrt{0{,}22}}{0{,}03\ \mathrm{km}} = \frac{0{,}531}{0{,}03\ \mathrm{km}} = 17{,}7\ \mathrm{km}^{-1}$$

El valor de $\widehat{D}$ lo obtenemos sustituyendo en [1]:

$$\widehat{D} = \frac{203 \cdot\ 17{,}7\ \mathrm{km}^{-1}}{35\ \mathrm{km}} = 102{,}66\ \frac{\mathrm{perdices}}{\mathrm{km}^2}$$

Ahora pasamos este valor a hectáreas:

$$102{,}66\ \frac{\mathrm{perdices}}{\cancel{\mathrm{km}^2}} \cdot \frac{\cancel{\mathrm{km}^2}}{100\ \mathrm{ha}} = 1{,}026\ \mathrm{perdices/ha}$$

El censo arrojaría el siguiente resultado:

$$1{,}0236\ \mathrm{perdices}/\cancel{\mathrm{ha}} \cdot 2500\ \cancel{\mathrm{ha}} = 2566\ \mathrm{perdices}$$

Ejercicio 13

En un coto de caza de 2500 ha (**S**) se efectúa un censo de perdiz mediante el método finlandés. Se recorrieron 25 km (**L**) contactándose un total de 25 animales (**n**). La distancia máxima de detectabilidad (**k**) fue de 250 m ¿Cuántas perdices hay? (modificado de Pedrosa, 2005).

Solución:

Sabemos que en el transecto finlandés:

$$\widehat{D} = \frac{\mathrm{n} \cdot \hat{\mathrm{k}}}{\mathrm{L}}$$

donde **k** es el factor de detectabilidad. La distancia máxima de detectabilidad es la inversa de k, por tanto K= 1/k= 1/250 m = 0,004 m^{-1}. Der modo que:

$$\widehat{D} = \frac{25 \text{ perdices} \cdot \ 0{,}004 \text{ m}^{-1}}{25000 \text{ m}} = \ 0{,}000004 \text{ perdices/m}^2$$

Si pasamos este valor a hectáreas tenemos que:

$$0{,}000004 \text{ perdices/}\cancel{\text{m}^2} \cdot 10000 \ \cancel{\text{m}^2}\text{/ha} = 0{,}04 \text{ perdices/ha}$$

Sabemos que $\widehat{D}$= N/S, por lo que:

$$\text{N} = \text{S} \cdot \widehat{D} = 2500 \ \cancel{\text{ha}} \cdot 0{,}04 \text{ perdices/}\cancel{\text{ha}} = 120 \text{ perdices}$$

Ejercicio 14

En un coto donde abunda la paloma torcaz nos hemos propuesto hacer una estima del número de palomas que acuden cada noche a dormir. Para ello diseñamos un programa de capturas-recapturas durante 13 noches. Los resultados fueron los siguientes:

t	n_i	r_i
1	54	54
2	146	143
3	169	164
4	209	202
5	220	214
6	209	207
7	250	243
8	176	175
9	172	169
10	127	126
11	123	120
12	140	120
13	142	0

Solución:

Se trata de una población abierta ya que pueden llegar palomas de otros lugares y algunas de las que frecuentan el dormidero pueden ir a dormir a otro. En este caso aplicaremos el modelo de Jolly-Seber para poblaciones abiertas.

Llamamos:

t= al tiempo de muestreo, que en este caso son las noches que se marcan y capturan palomas.

$\mathbf{n_i}$= es el número de animales capturados.

$\mathbf{r_i}$= número de animales marcados.

La distribución de capturas durante las 13 noches que duró el muestreo fueron las siguientes:

t_i	n_i	r_i	Animales capturados en i y liberados en j												
			j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	j=6	j=7	j=8	j=9	j=10	j=11	j=12	j=13
1	54	54	0												
2	146	143	10												
3	169	164	3	34											
4	209	202	5	18	33										
5	220	214	2	8	13	30									
6	209	207	2	4	8	20	43								
7	250	243	1	6	5	10	34	56							
8	176	175	0	4	0	3	14	19	46						
9	172	169	0	2	4	2	11	12	28	51					
10	127	126	0	0	1	2	3	5	17	22	34				
11	123	120	1	2	3	1	0	4	8	12	16	30			
12	140	120	0	1	3	1	1	2	7	4	11	16	26		
13	142	0	0	1	0	2	3	3	2	10	9	12	18	35	0
		SUMA=	14	80	70	71	109	101	108	99	70	58	44	35	0

El día 1 y el día 13, principio y fin del muestreo, no tenemos recapturas por ser, precisamente, los que marcan el comienzo y el fin del muestreo. Si nos fijamos, por ejemplo, en el día 5 comprobamos que se capturaron 220 palomas y se marcaron 214. Por otro lado entre las capturadas ese día había 30 que se marcaron el día 4, 13 que se marcaron el día 3, 8 que se marcaron el día 2 y 2 que se marcaron el primer día del censo.

Vamos a designar $\mathbf{m_i}$ al número de animales marcados y recapturados en un tiempo t_i. Por ejemplo, el día 5 día marcaron y recapturaron 53 palomas, por tanto m_5= 53 y, de igual modo, m_9= 110. Este valor se obtiene sumando las filas j horizontalmente.

El número de palomas recapturados, marcados y liberados en un tiempo **i** y que fueron recapturados en muestras posteriores los designaremos $\mathbf{y_i}$. Así y_5= 110. Este valor se obtiene sumando las filas j verticalmente.

Por $\mathbf{z_i}$ designamos a las palomas marcadas y recapturadas en un día con marcas del mismo día o del día anterior. Este valor se calcula no considerando los valores para el día en cuestión y sumando los valores que quedan para la derecha. Por ejemplo para el día 5:

j=1	j=2	j=3	j=4	j=5
0				
10				
3	34			
5	18	33		
~~2~~	~~8~~	~~13~~	~~30~~	-
2	4	8	20	~~43~~
1	6	5	10	~~34~~
0	4	0	3	~~14~~
0	2	4	2	~~11~~
0	0	1	2	~~3~~
1	2	3	1	~~0~~
0	1	3	1	~~1~~
0	1	0	2	~~3~~

La suma de 2+4+8+20+1....+2= 89. Para j=2 sería 3+5+2+2+1+1= 14

A partir de estos valores m_i, y_i y z_i podemos calcular la mayor parte de los parámetros necesarios para hacer la estima.

t	n_i	r_i	m_i	y_i	z_i
1	54	54	0	14	
2	146	143	10	80	14
3	169	164	37	70	57
4	209	202	56	71	71
5	220	214	53	109	89
6	209	207	77	101	121
7	250	243	112	108	110
8	176	175	86	99	132
9	172	169	110	70	121
10	127	126	84	58	107
11	123	120	77	44	88
12	140	120	72	35	60
13	142	0	95		

M$_i$ es el número de animales marcados en la población en un tiempo **i.** Se calcula del siguiente modo:

$$M_i = \frac{z_i \ \cdot \ r_i}{y_i}$$

Para t_5 tendríamos:

$$M_5 = \frac{\mathrm{z}_5 \ \cdot \ \mathrm{r}_{\mathrm{i}5}}{\mathrm{y}_5} + \ \mathrm{m}_5 = \frac{89 \ \cdot \ 214}{109} + 53 = \ \ 227{,}73$$

Para calcular el tamaño poblacional **N$_i$** en cada periodo de estudio aplicamos la siguiente fórmula:

$$N_i = \frac{M_i \ \cdot \ n_i}{m_i}$$

Para t_5 tendríamos:

$$N_5 = \frac{227{,}73 \ \cdot \ 220}{53} = 945{,}3$$

Procedemos ahora al cálculo de la varianza (**V**$_i$) y el error estándar de **N$_i$**. Para ello aplicamos la siguiente fórmula:

$$V_i = N_i \ \cdot (N_i - \ n_i) \cdot [\left(\frac{M_i - m_i + \ r_1}{M_i}\right) \cdot \left(\frac{1}{y_i} + \frac{1}{r_i}\right) + \ \frac{(1-\alpha_1)}{m_i} \ ]$$

Siendo:

$$\alpha_1 \ = \frac{m_i}{r_i}$$

Por tanto V_5 se calcularía del siguiente modo:

$$V_5 = 945{,}3 \ \cdot (945{,}3 - \ 220) \cdot \left[\left(\frac{227{,}73 - 53 + \ 214}{227{,}73}\right) \cdot \left(\frac{1}{109} + \frac{1}{214}\right) + \ \frac{(1-0{,}247)}{53}\right]$$

$$= 15001{,}1$$

Ya que:

$$\alpha_5 \ \ = \frac{m_5}{r_5} = \ \frac{53}{214} = \ 0{,}247$$

Por tanto $\widehat{es} \ N_5 = \ \sqrt{V_5} = \ \sqrt{15001{,}1} \ = 122{,}479$

También podemos calcular la tasa de supervivencia ($\emptyset_i$) o la probabilidad de sobrevivir entre i e i+1:

$$\emptyset_i \quad = \frac{M_{i+1}}{M_i - m_i \ + r_i}$$

Por tanto:

$$\emptyset_5 \quad = \frac{M_6}{M_5 - m_5 \ + r_5} = \ \frac{324{,}99}{227{,}73 - 53 + 214} = 0{,}8360$$

También podemos calcular el número de individuos que se agregan a la población entre i e i+1 mediante la expresión:

$$B_i = \ N_{i+1} \cdot [\emptyset_i \cdot (N_i - \ n_i + \ r_i)]$$

Por tanto:

$$B_5 = \ 882{,}1 - [0{,}8360 \cdot (945{,}3 - \ 220 + \ 214)] = 97{,}08$$

Finalmente calculamos la tasa de dilución $\frac{1}{\beta_i}$ mediante la expresión:

$$\frac{1}{\beta_i} = 1 - \ \frac{B_{\mathrm{i}}}{N_{i+1}}$$

De modo que:

$$\frac{1}{\beta_5} = 1 - \ \frac{97{,}08}{882{,}1} = 1 - 0{,}11 = \ \ 0{,}89$$

En resumen tenemos que:

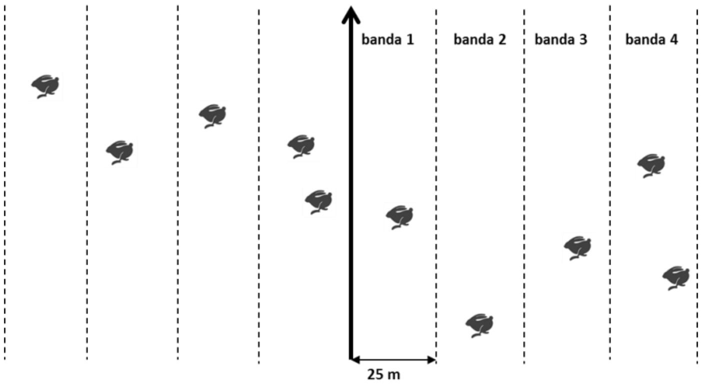
t	N	ês(N)	B_t	Φt
1				
2	511,37	149,37	262,98	1,015
3	778,97	129,35	291,79	0,8671
4	962,89	140,54	406,48	0,5637
5	945,31	122,48	96,83	0,836
6	882,12	95,17	107,05	0,7901
7	802,46	72,42	135,65	0,651
8	653,52	59,97	-13,82	0,9848
9	628,78	60,56	49,00	0,6862
10	478,44	49,39	84,14	0,8844
11	506,38	63,85	151,68	0,7714
12	540	79,54	142,00	0
13	142			

Ejercicio 15

Calcular, empleando el método de Emlen, la densidad de conejos si en un recorrido de 15 km se contabilizaron 20 ejemplares en la banda uno, 15 en la banda dos, 10 en la banda tres y 5 en la banda cuatro. El ancho de banda empleado fue de 25 m.

Solución:

El método de Emlen se utiliza cuando disponemos de cuatro bandas de observación a cada lado del avance, como ocurre en este caso.



Para calcular la densidad (**D**) se emplea la siguiente fórmula:

$$\mathrm{D} = \frac{n}{2 \cdot L \cdot a} \cdot \frac{1}{\widehat{CD}}$$

Donde **n** es el número total de contactos, **L** es la longitud del recorrido, **a** es la anchura de la banda de obsdrvación y $\boldsymbol{\widehat{CD}}$ el coeficiente de detectabilidad, que se calcula del siguiente modo:

$$\widehat{CD} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i}{b \cdot n_1}$$

Siendo **b** el número de bandas. En este caso disponemos de los siguientes datos:

n_1= 20; n_2= 15; n_3= 10; n_4= 5; L= 15 km; a= 25 m; b= 4.

Por tanto:

$$\widehat{CD} = \frac{20 + 15 + 10 + 5}{4 \cdot 20} = \frac{50}{80} = 0{,}625$$

y

$$D = \frac{50 \text{ conejos}}{2 \cdot 1500 \text{ m} \cdot 25 \text{ m}} \cdot \frac{1}{0{,}625} = \frac{50 \text{ conejos}}{46875 \text{ m}^2} = 0{,}001 \text{ conejos}/m^2$$

O lo que es lo mismo:

$$\frac{0{,}001 \text{ conejos}}{\cancel{\text{m}^2}} \cdot \frac{10000 \cancel{\text{m}^2}}{\text{ha}} = 10{,}66 \text{ conejos/ha}$$

Ejercicio 16

En un coto de caza mayor aplicamos un programa de control de jabalíes consistente en la batida y caza de una gran mancha. La acción cinegética se ejecutó durante 7 días con los siguientes resultados:

Día	1	2	3	4	5	6	7
Animales cazados	19	12	6	3	5	1	0

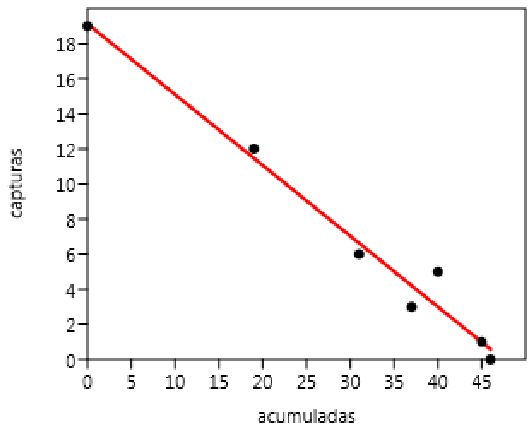
Con estos datos ¿Cuántos jabalíes había en la mancha?

Solución:

Podemos utilizar las capturas acumuladas para hacer una estima aproximada del número de efectivos. En primer lugar calculamos las capturas acumuladas:

Día	1	2	3	4	5	6	7
Animales cazados	19	12	6	3	5	1	0
Capturas acumuladas	0	19	31	37	40	45	46

Ahora calculamos la regresión entre las capturas y las capturas acumuladas, obteniendo la siguiente gráfica:



Cuya ecuación es: y= 19,131-0,40x, con r= -0,9880. Las estimas de jabalíes, por tanto, están próximas a 46 individuos.

Ejercicio 17

Queremos saber si un grupo de palomas torcaces vuelven cada noche al mismo dormidero o se desplazan a zonas próximas. Para ello marcamos 11 palomas con radiotransmisores y las liberamos por la mañana a 15 km del dormidero. Por la noche se anotaron los ángulos de desplazamiento de las palomas desde el punto original, que fueron: 120°, 135°, 95°, 110°, 110°, 130°, 145°, 105°, 90°, 115° y 125°. El dormidero se encuentra a 107° (**θ**) desde el punto de suelta.

Solución:

Se trata de un caso típico de lo que en inglés se denomina *homeward direction*, que podríamos traducir como dirección de vuelta a casa. Para realizar este ejercicio vamos a utilizar Excel. Lo primero que debemos hacer es calcular el coseno y el seno de cada uno de los ángulos con la ayuda de las fórmulas.

Ángulo de desplazamiento (A)	**Coseno =COS(RADIANES(A))**	**Seno =SENO(RADIANES(A))**
120°	-0,5	0,866025404
135°	-0,707106781	0,707106781
95°	-0,087155743	0,996194698
110°	-0,342020143	0,939692621
110°	-0,342020143	0,939692621
130°	-0,64278761	0,766044443
145°	-0,819152044	0,573576436
105°	-0,258819045	0,965925826
90°	6,12574E-17	1
115°	-0,422618262	0,906307787
125°	-0,573576436	0,819152044
Suma=	-4,695256208	9,479718662

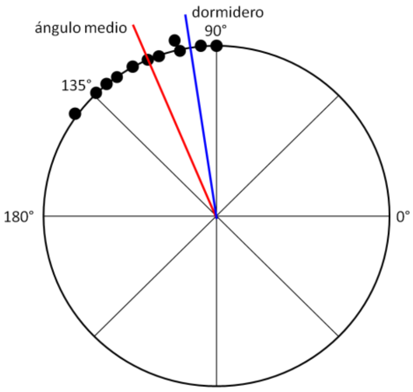
Obtenemos también la suma de todos los cosenos y todos los senos, a partir de la cual calculamos su valor medio (llamaremos **x** a los cosenos e **y** a los senos):

$$\bar{x} = -4{,}695256208 / 11 = -0{,}4268; \;\; \bar{y} = 9{,}479718662 / 11 = 0{,}8618$$

El paso siguiente es calcular la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de x e y, que es el vector medio **r**:

$$r = (\bar{y}^2 + \bar{x}^2)^{0,5} = 0{,}9617$$

r es una medida de la concentración de las observaciones. En este caso el valor elevado de r indica que las observaciones están muy concentradas, que podemos interpretarlo como que las palomas se concentran en una determinada área, como así ocurre.



A continuación calculamos el arcotangente de $\bar{y}/\bar{x}$, que nos dará el ángulo medio ($\boldsymbol{\bar{\theta}}$) de la muestra:

$$\arctan(\bar{y}/\bar{x}) = \arctan(0{,}8618/-0{,}4268) = -65{,}35°$$

En los casos en que $\arctan < 0$ debemos sumar 180° al ángulo obtenido, de modo que:

$$-65{,}35° + 180° = 116{,}34°$$

Por último nos queda por determinar el denominado *homeward component* o el componente de regreso a casa ($\boldsymbol{\upsilon}$):

$$\upsilon = r \cdot \cos(\bar{\theta} - \theta) = r \cdot \cos(116{,}34° - 107°) = 0{,}9617 \cdot \cos(9{,}34°) = 0{,}9489$$

Un valor de $\upsilon = 1$ implica que los animales se mueven exactamente hacia "casa". Valores próximos a 1, como en este caso, indican que las palomas vuelven a lugares próximos a los que fueron capturados.

Ejercicio 18

En un coto de ciervos se ha comprobado que la población se ha duplicado en 5 años. Si asumimos que la población crece de modo exponencial ¿qué población de ciervos tendremos 2 años después?

Solución:

La ecuación que define el crecimiento exponencial se expresa:

$$N = N_0 \cdot e^{r \cdot t} \qquad [1]$$

Siendo $\mathbf{N_0}$ la población inicial, **r** la tasa de crecimiento y **t** el tiempo. Sabemos que $N = 2 \cdot N_0$ y $t = 5$ años. Por tanto podemos obtener el valor de r despejando de [1]:

$$r = \frac{\ln \frac{N}{N_0}}{t} = \frac{\ln \frac{2\,\mathrm{N_0}}{\mathrm{N_0}}}{5 \text{ años}} = \frac{\ln\ 2}{5 \text{ años}} = \ 0{,}1386 \text{ años}^{-1}$$

Ahora, a partir de [1] obtenemos el tamaño de la población de ciervos transcurridos cinco años más:

$$N = N_0 \cdot e^{r \cdot t} = N_0 \cdot e^{(0{,}1386/\text{años} \cdot 7 \text{ años})} = N_0 \cdot e^{0{,}9702} = N_0 \cdot 2{,}63$$

Por tanto, a los 7 años la población inicial se habrá multiplicado por 2,63.

Ejercicio 19

En un coto de caza mayor se ha realizado un censo de jabalí y hemos obtenido los siguientes datos poblacionales:

Edad x	**Número de supervivientes** S_x	**Fecundidad** b_x
3	100	0
4	80	2,5
5	15	3
6	0	0

Con estos datos, se desea estimar: a) La tabla de vida de la población, b) Dado que la población es muy numerosa se decide eliminar al 50% de los individuos de cada clase de edad ¿Qué estructura tendrá esta población 2 años después? c) Estimar la pirámide de edades aproximada.

Solución:

Los parámetros que debemos calcular para completar la tabla de vida son:

La supervivencia: $\mathbf{l_x} = S_x/S_o$

La probabilidad de supervivencia: $\mathbf{g_x}$: l_{x+1}/l_x

La tasa reproductora neta: $\mathbf{R_0} = \Sigma\, l_x \cdot b_x$

El tiempo de generación de la cohorte: $\mathbf{G} = \Sigma\, l_x \cdot b_x \cdot x / \Sigma\, l_x \cdot b_x$

La tasa intrínseca de crecimiento: $\mathbf{r} = \ln R_0 / G$

Edad x	**Número de supervivientes** S_x	**Fecundidad** b_x	**Supervivencia** $l_x = S_x/S_o$	**Probabilidad de supervivencia** g_x: l_{x+1}/l_x	**Tasa reproductora neta:** $l_x \cdot b_x$	**Tasa intrínseca de crecimiento:** $l_x \cdot b_x \cdot x$
3	100	0	100/100= 1	0,8/1= 0,8	0 · 1= 0	0
4	80	2,5	80/100= 0,8	0,15/0,8= 0,1875	2,5 · 0,8= 2	8
5	15	3	15/100= 0,15	0	3 · 0,15= 0,45	2,25
6	0	0	0	--	0	0
					Suma= 2,45	Suma= 10,25

$G = \Sigma\, l_x \cdot b_x \cdot x / \Sigma\, l_x \cdot b_x = 10{,}25/2{,}45 = 4{,}1836$

Finalmente, r= ln R_0/ G= ln 2,45/4,1836= 0,2142

Ahora partimos de una población formada por 50, 40 y 8 ejemplares de 3, 4 y 5 años respectivamente y queremos saber cuántos habrá transcurridos 2 años. La fórmula que debemos aplicar es:

$$N_{t+1} = L^{t+1} \cdot N_{(t)}$$

La matriz para la población actual (N_0) se ajusta a la expresión: N_0= (50 40 8). Ahora construimos la matriz de Leslie:

$$\boldsymbol{L} = \begin{pmatrix} g0\ b1 & g1\ b2 & 0 \\ g0 & 0 & 0 \\ 0 & g1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}8\ 2{,}5 & 0{,}1875\ 3 & 0 \\ 0{,}8 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}1875 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0{,}5625 & 0 \\ 0{,}8 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}1875 & 0 \end{pmatrix}$$

La matriz para la población dentro de 2 años se ajusta a:

$N_{(N0+2)} = \boldsymbol{L}\, N_{(N0+1)} = \boldsymbol{L}\,\boldsymbol{L}\, N_{(N0)}$

$$N_{(N0+2)} = \begin{pmatrix} 2 & 0{,}5625 & 0 \\ 0{,}8 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}1875 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0{,}5625 & 0 \\ 0{,}8 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}1875 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 50 \\ 40 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Para hacer el cálculo de las matrices podemos utilizar el comando MMULT de Excel:

$$N_{(N0+2)} = \begin{pmatrix} 2 & 0{,}5625 & 0 \\ 0{,}8 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}1875 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 122{,}5 \\ 40 \\ 87{,}5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 268 \\ 98 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Por tanto, habrá 268 individuos de 3 años, 98 de 4 años y los de 5 años mantendrán su número inicial.

La pirámide poblacional se estima del siguiente modo:

Edad x	**$l_x \cdot exp\ (-rx)$**	**$Cx= l_x \cdot exp\ (-rx) / \Sigma l_x \cdot exp\ (-rx)$**
3	$1 \cdot exp(0,2142 \cdot 1)=$ 1,2388	0,5286
4	$0,8 \cdot exp(0,2142 \cdot 0,8)=$ 0,9495	0,4052
5	$0,15 \cdot exp(0,2142 \cdot 0,15)=$ 0,1549	0,066
6	0	
SUMA	2,3432	

De este modo los de 3 años representan el 52,86%, los de 4 años el 40,52% y los de 6 años el 6,6% de la población respectivamente.

POTENCIAL CINEGÉTICO

Ejercicio 20

Tenemos un coto de 2000 hectáreas con una población actual de 360 perdices. En 5 años queramos llegar a una población de 720 perdices. El coto está en excelentes condiciones, salvo una pequeña zona que se incendió el año pasando. La tasa de aprovechamiento genérico (**T_B**) es del 40%. Con estos datos calcular la posibilidad cinegética (**CA**) mediante el método de normalización mínima (tomado de Colegio de Ingenieros Agrícolas, 2016).

Solución:

Tenemos que:

Población actual, **P_A**= 360 perdices

Población final, **P_F**= 720 perdices

Periodo para llegar a P_F, **P**= 5 años

Clase de calidad estacional **K_C**= 0,95 (en condiciones óptimas K_C= 1)

Lo primero que debemos hacer es calcular el coeficiente del estado actual de la población (**K_E**):

$$K_E = \frac{3}{2} \cdot \frac{\mathrm{P}_A}{\mathrm{P}_F} = \frac{3}{2} \cdot \frac{360}{720} = 0,75$$

y el coeficiente de ordenación que pretendemos lograr, **K_1**:

$$\mathrm{K}_1 = [\frac{\mathrm{P_F}}{\mathrm{P_A}}]^{\frac{1}{\mathrm{p}}} - 1 = [\frac{720}{360}]^{\frac{1}{5}} - 1 = 2^{\frac{1}{5}} - 1 = \ 0,1487$$

Ahora podemos calcular la posibilidad cinegética en función de varios parámetros:

Cálculo de CA teniendo en cuenta la calidad estacional (K_C):

$$CA = P_A \cdot T_B \cdot K_C = 360 \text{ perdices} \cdot 0,4 \cdot 0,95 = 137 \text{ perdices}$$

Cálculo de CA teniendo en cuenta el estado actual de la población (K_E):

$$CA = P_A \cdot T_B \cdot K_C \cdot K_E = 360 \text{ perdices} \cdot 0,4 \cdot 0,95 \cdot 0,75 = 103 \text{ perdices}$$

Cálculo de CA teniendo en cuenta las necesidades de recuperación de la población:

$$CA = P_A \cdot [T_B \cdot K_C \cdot K_E - K_I] = 360 \text{ perdices} \cdot 0,4 \cdot \ [0,95 \cdot 0,75 – 0,1487] = 48 \text{ perdices}$$

Este valor se aleja mucho del aprovechamiento genérico (360·0,4= 114 perdices) lo cual nos tiene que hacer reflexionar sobre como estimar las capturas.

Ejercicio 21

Se quiere gestionar un coto de 500 ha donde hay una población de 100 perdices. Deseamos que a los tres años haya 250 perdices y sabemos que la capacidad de carga (**k**) es de 1000 aves. ¿Cuántas aves podemos cazar? (tomado de Colegio de Ingenieros Agrícolas, 2016).

Solución:

Aplicaremos el modelo biológico para hacer las estimas. Calculamos primero la relación entre el número de perdices del coto, el tiempo y los parámetros que la definen:

$$E_{(t)} = \frac{k \ \cdot \ e^{r \cdot t + C}}{k + e^{r \cdot t + C}} = \frac{k}{1 + A \ \cdot e^{-r \cdot t}}$$

Donde $\mathbf{E}_{(t)}$ es el tamaño poblacional es un momento dado, **r** es la tasa de crecimiento y **A** es parámetro a calcular.

Para el primer año tendremos que:

$$y_{(0)} = \frac{\mathrm{k}}{1 + A \ \cdot e^{-r \cdot t}} = \frac{1000}{1 + A \ \cdot e^{-r\, 0}}$$

como $y_{(0)}= 100$ tenemos que:

$$100 = \frac{1000}{1 + A \ \cdot e^{-r\, 0}} = \frac{1000}{1 + A}; \ \ 1 + A = 10; \ A = 9$$

Para el tercer año tenemos que:

$$y_{(3)} = \frac{\mathrm{k}}{1 + 9 \cdot e^{-r \cdot t}} = \frac{1000}{1 + 9 \ \cdot e^{-r \cdot 3}} = 250$$

$$1 + 9 \ \cdot e^{-r \cdot 3} = \frac{1000}{250}; e^{-r \cdot 3} = \frac{1}{3}; \ -r \cdot \ 3 = \ln\frac{1}{3};$$

$$r = \ - 1/3 \cdot \ln 1/3 = 0{,}366$$

Con estos valores obtenemos la función que nos describe el crecimiento de la población:

$$y_{(t)} = \frac{\mathrm{k}}{1 + A \cdot e^{-r \cdot t}} = \frac{1000}{1 + 9 \cdot e^{-0{,}366 \cdot t}} \qquad [1]$$

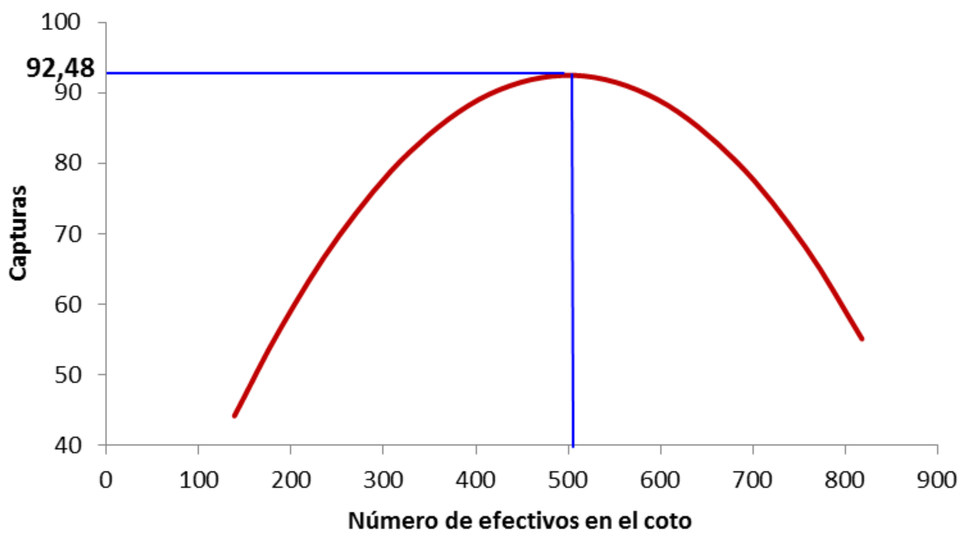
Si derivamos obtenemos la función que nos describe la curva de capturas:

$$y'(t) = 0{,}37 \cdot y(t) - 0{,}000367 \cdot y(t)^2 \quad [2]$$

Con la ayuda de Excel podemos calcular el crecimiento y las capturas para una serie de años a partir de las ecuaciones [1] y [2]:

año	**y (t)**	**y´(t)**
1	138,57	44,17
2	188,89	56,69
3	252,14	69,77
4	328,00	81,55
5	414,06	89,77
6	505,69	**92,49**
7	596,95	89,02
8	681,96	80,25
9	756,35	68,19
10	817,99	55,09

Vemos que el mayor número de capturas se alcanza a los 6 años y que el tercer año hemos alcanzado las 250 perdices y hay una tasa de captura de 70 ejemplares. En una gráfica se aprecia la forma de la curva de capturas:



Ejercicio 22

Estamos gestionando un coto de perdiz con carga ordenada con una población inicial de 200 ejemplares. En esta población el reclutamiento es de 3 perdigones/hembra y la mortalidad adulta del 20% ¿Cuál es la tasa de aprovechamiento? (tomado de Covisa, 1998).

Solución:

Vamos a suponer una sex ratio 1:1, por lo que tendremos 100 machos y 100 hembras, que constituyen la población inicial (**P_i**= 200). El reclutamiento (**R**) es el número de perdigones por hembra, si tenemos 100 hembras entonces:

R= 3 perdigones/~~hembra~~ · 100 ~~hembras~~= 300 perdigones

La mortalidad (**M**) es del 20% de la población inicial, entonces:

M= 20% · P_i= 0,20 · 200 perdices= 40 perdices

En un coto ordenado la tasa de aprovechamiento (**T_a**) se ajusta a la siguiente expresión:

$$T_a = \frac{R - M}{P_i - M + R}$$

Por tanto:

$$T_a = \frac{300 - 40}{200 - 40 + 300} = \frac{260}{460} = 0{,}56$$

La tasa de aprovechamiento es del 56%. El numerador de la ecuación anterior determina lo que se va a cazar ese año, mientras que el denominador representa la carga ordenada máxima, es decir, los efectivos que había en el coto antes de la caza. La diferencia entre 460-260= 200 son los ejemplares que quedarán en el coto como población madre.

Ejercicio 23

Estamos gestionando un coto de perdiz con una carga actual de 200 perdices. Sabemos que el coto puede admitir una carga de 600 ejemplares. Suponemos en este coto una sex ratio 1:1, una tasa de mortalidad del 20% y un reclutamiento de 3 perdigones/hembra. Queremos llegar al estado de carga ordenada en 4 años ¿Cuáles serían las tasas de aprovechamiento hasta llegar a esa fecha? (tomado de Covisa, 1998).

Solución:

El coto está por debajo de carga ordenada a la que queremos llegar en 4 años, por tanto debemos imponer lo que se denomina un sacrificio de ordenación (**S**), es decir, cazar algo menos de lo posible para que queden más efectivos en el coto cada año y así recuperar la carga ordenada en el plazo previsto.

Tenemos que:

P_i= 200= 100 machos y 100 hembras

Reclutamiento, **R**= 3 perdigones/ ~~hembra~~ · 100 ~~hembras~~= 300 perdigones

Mortalidad, **M**= 20% · P_i= 0,20 · 200 perdices= 40 perdices

En un coto con carga menor a la carga ordenada la tasa de aprovechamiento se calcula de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$T_a = \frac{R - M - S}{P_i - M + R} \qquad [1]$$

donde **S** es el sacrificio de la ordenación:

$$\mathrm{S} = \frac{k_o - k_a}{A} \qquad [2]$$

Donde **k_0** es el valor de la carga ordenada, en este caso, k_0= 600 y **k_a** es la carga actual, k_a= 200. **A** es el periodo de regularización, A= 4 años.

Calculamos, en primer lugar, el sacrifico de la ordenación en este coto, para lo que sustituimos en [2]:

$$S = \frac{600 - 200 \text{ perdices}}{4 \text{ años}} = 100 \text{ perdices/año}$$

A partir de la ecuación [1] calculamos la tasa de aprovechamiento anual:

Primer año:

$$T_{a1} = \frac{300 - 40 - 100}{200 - 40 + 300} = \frac{160}{460} = 0{,}34$$

Se cazarán, por tanto, 160 perdices y quedarán en el coto 300 de las cuales 150 serán hembras y 150 machos.

Segundo año:

La tasa de mortalidad de esta población será de 60 individuos (el 20% de 300) y el reclutamiento de 450 perdigones por hembra. La tasa de aprovechamiento es:

$$T_{a2} = \frac{450 - 60 - 100}{300 - 60 + 450} = \frac{290}{690} = 0{,}42$$

El sacrificio de la ordenación se mantiene constante, pero vemos como la tasas de aprovechamiento sube respecto al año pasado. Se cazarán 290 perdices y quedarán 400 como población madre.

Tercer año:

La tasa de mortalidad es 80 individuos y el reclutamiento de 600 perdigones por hembra. La tasa de aprovechamiento será:

$$T_{a3} = \frac{600 - 80 - 100}{4000 - 80 + 600} = \frac{420}{920} = 0{,}45$$

Este año se cazarán 420 perdices y quedarán 500 como población madre.

Cuarto año:

La tasa de mortalidad es de 100 individuos y el reclutamiento de 750 perdigones/hembra. La tasa de aprovechamiento es:

$$T_{a4} = \frac{750 - 100 - 100}{500 - 100 + 750} = \frac{550}{1150} = 0{,}47$$

Este año se cazarán 550 perdices y quedarán 1150-550= 600, que es el valor de carga ordenada que pretendíamos alcanzar al iniciar nuestro plan.

Ejercicio 24

Tenemos que gestionar un coto de caza mayor con una carga ordenada de 300 ciervos. En la actualidad hay 420 animales con una sex ratio 1:1, una tasa de mortalidad del 10% y una tasa de fecundidad de 0,4 ciervos/hembra ¿Cuáles serían las tasas de aprovechamiento si queremos llegar a carga ordenada en 3 años? (tomado de Covisa, 1998).

Solución:

En este caso, al ser la carga actual mayor que la carga ordenada podemos abatir más ciervos en lo que se denomina beneficio de la ordenación (**B**):

$$\mathrm{B} = \frac{k_a - k_o}{A} \qquad [1]$$

Por la que la tasa de aprovechamiento se estimaría de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$T_a = \frac{R - M + B}{P_i - M + R} \qquad [2]$$

Según los datos tenemos que:

$\mathbf{P_i}$= 420= 210 machos y 210 hembras

Reclutamiento, **R**= 0,4 ciervos/ ~~hembra~~ · 210 ~~hembras~~= 84 ciervos

Mortalidad, **M**= 10% · P_i= 0,10 · 420 perdices= 42 ciervos

Primer año:

De la ecuación [1] obtenemos el beneficio de la ordenación:

$$B = \frac{k_a - k_o}{A} = \frac{420 - 300}{3} = 120/3 = 40 \text{ ciervos}$$

Por tanto de la ecuación [2] obtenemos la tasa de aprovechamiento para este primer año:

$$T_{a1} = \frac{R - M + B}{P_i - M + R} = \frac{84 - 42 + 40}{420 - 42 + 84} = 82/462 = 0{,}17$$

Se cazarán 82 ciervos, quedando en el coto 380 de los que la mitad (190) serán hembras. Como la tasas de reclutamiento es de 0,4 ciervos/hembra se incorporarán 76 nuevos ciervos a la población, mientras que morirán 38 (el 0,1% de 380). Estos efectivos se computarán el segundo año.

Segundo año:

$$T_{a2} = \frac{R - M + B}{P_i - M + R} = \frac{76 - 38 + 40}{380 - 38 + 76} = 78\ /418 = 0{,}18$$

De modo que este año se abatirán 78 ciervos quedando como población madre para el tercer año 340 ciervos, de los que morirán 34 y se incorporarán 68.

Tercer año:

$$T_{a3} = \frac{R - M + B}{P_i - M + R} = \frac{68 - 34 + 40}{340 - 34 + 68} = 74/374 = 0{,}19$$

Este año se abatirán 74 ciervos y quedarán, como población madre, 374-74= 300, que es la carga ordenada del coto.

Ejercicio 25

Como gestores de un coto de caza menor nos disponemos a planificar las próximas seis temporadas. Los efectivos poblacionales actuales son de 100 conejos, la mitad de su capacidad de carga. La tasa de aprovechamiento del coto es del 43%. Calcular las existencias y la posibilidad cinegética aplicando el método de normalización a mínima y constante variación de ordenación para que en 6 años el número de efectivos llegue hasta la capacidad de carga (tomado de Colegio de Ingenieros de Montes, 2016).

Solución:

En primer lugar observamos que el coto no está a nivel de su capacidad de carga, por lo que es necesario hacer un sacrificio (cazar menos de lo deseado) para que la población alcance los 200 efectivos en 6 años (si los efectivos actuales fuese mayores a la capacidad de carga hablaríamos de un beneficio de la ordenación). El número de efectivos que dejamos de cazar para que la población se recupere se obtienen a partir de la variación en la ordenación (**V**):

$$V = \frac{1-(1-C)\cdot Q^{\frac{1}{P-1}}}{C} \quad [1]$$

Donde **C** es la variación en el crecimiento de la población; **P** es el tiempo hasta la normalización y **Q** es el cociente entre el número de efectivos con carga ordenada o normal y las actuales. Por tanto:

E_A: número de efectivos en la actualidad: 100

E_N: número de efectivos en condiciones normales: 200

$Q = E_N/E_A = 200/100 = 2$

$C = 100/200 = 0{,}5$

$P = 6$ años

Al sustituir en [1] tenemos la variación en la ordenación:

$$V = \frac{1-(1-0{,}5)\cdot 2^{\frac{1}{6-1}}}{0{,}5} = \frac{1-(0{,}5)\cdot 2^{\frac{1}{5}}}{0{,}5} = 0{,}85$$

El sacrificio en la ordenación, en este caso, es 1-0,85= 0,15

Estos son los datos de los que partimos:

Temporada de caza	2018/2019	2019/2020	2020/2021	2021/2022	2022/2023	2023/2024
Plazo de normalización (P)	Año 1: 2018	Año 2: 2019	Año 3: 2020	Año 4: 2021	Año 5: 2022	Año 6: 2023
Sacrificio de la ordenación	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15

Vamos a calcular las existencias y la posibilidad cinegética de cada de cada año:

El Año 1, o sea, durante la temporada de caza actual partimos de la población inicial, por tanto, $\mathbf{E_1}$= 100 y, evidentemente, la variación en las existencias es cero. Este año como la tasa de aprovechamiento es de 0,43, o lo que es lo mismo del 43%, se cazarán (posibilidad cinegética) 100· 0,43= 43 perdices:

Temporada de caza	2018/2019
Plazo de normalización (P)	Año 1: 2018
Sacrificio de la ordenación	0,15
Variación en los efectivos	0
Existencias (E)	Año 1
	100
Tasa de aprovechamiento (TA)	0,43
Posibilidad cinegética (CA)	43

Durante el Año 2 a los efectivos poblacionales (100) habrá que sumarles los que dejamos de cazar la temporada anterior para que la población se recupere: $100 \cdot 0{,}15 = 15$, por lo que $\mathbf{E_2} = 100 + 0{,}15 = 115$. En este caso la posibilidad cinegética es: $115 \cdot 0{,}43 = 49{,}45 \simeq 49$.

Temporada de caza	2018/2019	2019/2020
Plazo de normalización (P)	Año 1: 2018	Año 2: 2019
Sacrificio de la ordenación	0,15	0,15
Variación en los efectivos	0	15
Existencias (E)	Año 1	Año 2
	100	115
Tasa de aprovechamiento (TA)	0,43	0,43
Posibilidad cinegética (CA)	43	49

Durante el Año 3 a la población madre (115) habrá que sumarle los que dejamos con objeto de recuperar la población: $115 \cdot 0{,}15 = 17{,}25 \simeq 17$, por lo que $\mathbf{E_3} = 115 + 17 = 132$. En este caso la posibilidad cinegética es: $132 \cdot 0{,}43 = 56{,}76 \simeq 57$. Con lo que tenemos:

Temporada de caza	2018/2019	2019/2020	2020/2021
Plazo de normalización (P)	Año 1: 2018	Año 2: 2019	Año 3: 2020
Sacrificio de la ordenación	0,15	0,15	0,15
Variación en los efectivos	0	15	17
Existencias (E)	Año 1	Año 2	Año 3
	100	115	132
Tasa de aprovechamiento (TA)	0,43	0,43	0,43
Posibilidad cinegética (CA)	43	49	57

Siguiendo los mismos pasos calculamos las existencias y la posibilidad cinegética para los años 4 y 5 hasta llegar al Año 6 donde observamos como el coto alcanza su carga máxima ($\mathbf{E_6}$= 200) y como se ha ido incrementando las piezas a cazar durante el periodo de normalización.

Temporada de caza	2018/2019	2019/2020	2020/2021	2021/2022	2022/2023	2023/2024
Plazo de normalización (P)	Año 1: 2018	Año 2: 2019	Año 3: 2020	Año 4: 2021	Año 5: 2022	Año 6:2023
Sacrificio de la ordenación	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
Variación en los efectivos	0	15	17	20	23	26
Existencias (E)	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5	Año 6
	100	115	132	152	174	200
Tasa de aprovechamiento (TA)	0,43	0,43	0,43	0,43	0,43	
Posibilidad cinegética (CA)	43	49	57	65	75	

En el Año 6, una vez que el coto está en carga máxima, no es necesario hacer sacrificios en la ordenación, por lo que podemos modificar la tasa de aprovechamiento asegurando el uso sostenido del coto.

Ejercicio 26

Estimar el cupo de capturas en un coto de perdiz (N= 600, sex ratio: 1:1) con unas tasas de supervivencia estival e invernal del 70 y 80% respectivamente. La relación jóvenes adultos en el coto es de 3 a 1. Las pérdidas durante la caza se estiman en el 5%. Actualmente el coto está en situación de carga ordenada.

Solución:

En este caso aplicaremos la fórmula propuesta por Birkan (1977) para establecer el cupo de capturas:

$$C = \frac{s \cdot TPP - k \cdot TPR}{(1+p) \cdot s} \qquad [1]$$

Dónde:

C: cupo de capturas a estimar

s: tasa de supervivencia invernal

TPP: tamaño de la población precaza (densidad poblacional en primavera)

$$TPP = a \cdot TPR \cdot (1+J) \qquad [2]$$

a: supervivencia estival

TPR: tamaño de la población reproductora (densidades antes de caza)

J: relación jóvenes/adultos

k: constante de ordenación

p: pérdidas durante la caza

Con los datos que tenemos lo primero que podemos estimar es la población precaza a partir de la fórmula [2]:

$$TPP = a \cdot TPR \cdot (1+J) = 0{,}7 \cdot 600 \cdot (1+3) = 1680 \text{ perdices}$$

k en nuestro caso es igual a 1 por estar el coto ordenado, si quisiéramos aumentar el número de efectivos en el coto k sería menor de 1 y mayor de 1 si deseásemos reducir el número de animales (por estar el coto por encima de la capacidad de carga, por ejemplo). Podemos aplicar la fórmula [1]:

$$C = \frac{s \cdot TPP - k \cdot TPR}{(1+p) \cdot s} = \frac{0{,}8 \cdot 1680 - 1 \cdot 600}{(1+0{,}05) \cdot 0{,}8} \simeq 886 \text{ perdices}$$

Ahora se puede calcular la población cinegética para el año siguiente, pero para ello hay que considerar las pérdidas no debidas a la caza:

Pérdidas= 1680 perdices · 0,05= 84 perdices

Así la población final será:

PF= TPP – C – Pérdidas= 1680 - 886 - 84= 710 perdices

Las pérdidas después de la caza son el 30% de la población reproductora:

0,3 · 600 perdices= 180 perdices

Por tanto, la población madre para el año siguiente será:

710-180= 530 perdices

CAPTURA y RECAPTURA

Ejercicio 27

Con objeto de determinar el número de palomas torcaces en una determinada zona decidimos realizar un censo basado en una triple captura. Para ello durante tres noches alternas visitamos un dormidero procediéndose al marcaje y recaptura de individuos. Los resultados fueron los siguientes:

Palomas capturadas y marcadas con pintura verde la primera noche, $\mathbf{n_1}$=$\mathbf{M_1}$= 350

Palomas capturadas la segunda noche, $\mathbf{n_2}$= 525, de las cuales 120 ($\mathbf{m_{12}}$) fueron marcadas la primera noche (tenían marcas verdes) y 405 ($\mathbf{M_2}$) fueron marcadas con pintura naranja.

La tercera noche se capturaron 885 palomas ($\mathbf{n_3}$) de las cuales 45 ($\mathbf{m_{13}}$) tenían marcas verdes y 62 ($\mathbf{m_{23}}$) tenían marcas naranjas.

Con estos datos estimar el tamaño de la población de torcaces.

Solución:

Por tratarse de aves nos encontramos un caso de poblaciones abiertas, por lo que podemos aplicar el método de Bailey que, en este caso, podemos esquematizar así:

Noche	Palomas marcadas	Palomas capturadas	Recapturas de la primera noche	Recapturas de la segunda noche
Primera	M_1= 350	n_1= 350		
Segunda	M_2=405	n_2= 525	m_{12}= 120	
Tercera		n_3= 885	m_{13}= 45	m_{23}= 62

A partir de aquí podemos obtener el valor de **N** la segunda noche. Para ello aplicamos la siguiente fórmula:

$$N_2= M_2 \cdot m_{13} \cdot n_2 \,/\, m_{13} \cdot m_{13}= 405 \cdot 45 \cdot 525/\ 120 \cdot 62=$$

$$9865125/7440= 1326 \text{ palomas}$$

También podemos calcular el error estándar:

$$es\ (N_2) = \sqrt{N_2^2\left(\frac{1}{m_{12}}+\frac{1}{m_{23}}-\frac{1}{m_{13}}-\frac{1}{n_2}\right)} = \sqrt{1326^2\left(\frac{1}{120}+\frac{1}{62}-\frac{1}{45}-\frac{1}{525}\right)} = 26{,}52 \simeq\ 27$$

Por tanto el número de perdices oscila entre: 1326 $\pm$ 27= 1353 y 1299

Ejercicio 28

Para estimar el número de conejos en un coto se procedió a una captura con redes en la que se marcaron 58 conejos. A los dos días se repitió el proceso en la misma zona, capturándose 72 conejos, de los cuales 36 estaban marcados. Con estos datos estimar el número de conejos en el coto.

Solución:

Se trata de una estima mediante una captura y una recaptura. Para ello podemos emplear la ecuación de Petersen, según la cual:

$$N = \frac{\mathrm{M} \cdot \mathrm{n}}{\mathrm{m}} \quad [1]$$

siendo **M** el número de conejos marcados el primer día, **n** el número de conejos capturados el segundo día y **m** el número de conejos capturados el segundo día que presentaban marcas del primer día. De este modo, al sustituir en [1] tenemos que:

$$\mathrm{N} = \frac{58 \cdot 72}{36} = 116 \text{ conejos}$$

El error estándar se calcula del siguiente modo:

$$es\,(N) = \sqrt{\mathrm{M}^2 \cdot \mathrm{n}\,(\,\mathrm{n} - \mathrm{m})/\mathrm{m}^3} = \sqrt{58^2 \cdot 72\,(\,72 - 36)/36^3} = 14{,}26$$

Finalmente, el intervalo de confianza al 95% es N $\pm$ 1,96 · es(N)= N $\pm$ 14= 130 – 102

Chapman propuso otra ecuación para estimar **N**, especialmente cuando se trata con muestras (**n**) pequeñas:

$$N = \frac{(\mathrm{M}+1) \cdot (\mathrm{n}+1)}{(\mathrm{m}+1)} - 1$$

En este caso tendríamos que:

$$N = \frac{59 \cdot 73}{37} - 1 \simeq 115$$

El error estándar se calcula del siguiente modo:

$$es\,(N) = \sqrt{(\mathrm{M}+1) \cdot (\mathrm{n}+1)(\,\mathrm{M} - \mathrm{m}) \cdot (\mathrm{n} - \mathrm{m})/(\mathrm{m}+2) \;\cdot\; (\mathrm{m}+1)^2}$$

Por tanto:

$$es\,(N) = \sqrt{(58+1) \cdot (72+1)(\,58 - 72) \cdot (59 - 37)/(36+2) \;\cdot\; (36+1)^2} = 8{,}09$$

El intervalo de confianza al 95% es N $\pm$ 1,96 · es(N)= N $\pm$ 16= 131 - 99

Por último, Bailey también propone un método, especialmente válido en los que el control de los individuos se realiza sin capturas. Así tenemos que:

$$N = \frac{\mathrm{M} \cdot (\mathrm{n}+1)}{(\mathrm{m}+1)}$$

por lo que:

$$N = \frac{58 \ \cdot \ 73}{37} \simeq 114$$

El error estándar se calcula del siguiente modo:

$$es\ (N) = \sqrt{\mathrm{M}^2 \cdot (\mathrm{n}+1) \cdot (\mathrm{n}-\mathrm{m})/(\mathrm{m}+2) \ \cdot \ (\mathrm{m}+1)^2}$$

por tanto:

$$es\ (N) = \sqrt{58^2 \cdot 73 \cdot 36/38 \ \cdot \ 37^2} = 13{,}03$$

El intervalo de confianza al 95% es N $\pm$ 1,96 · es(N)= N $\pm$ 16= 139 - 89

Ejercicio 29

Finalizada la temporada cinegética en un coto de perdiz nos disponemos a hacer balance de la misma y nos interesa saber cuántos efectivos había durante la temporada de caza. Para ello nos basamos en dos censos, uno realizado antes de la reproducción y otro tras finalizar la campaña de caza. Además conocemos los ejemplares abatidos durante la caza. Los datos que tenemos son: a) censo invernal: 300 machos y 500 hembras, b) censo después de la caza: 200 machos y 800 hembras, c) animales abatidos durante la época de caza: 1200 machos y 600 hembras (modificado de Tellería, 1989).

Solución:

Este caso implica a una población cerrada donde hay dos categorías (machos y hembras) y, además, se produce la extracción de una serie de individuos (los cazados). Es necesario también cuantos individuos hay antes y después de la acción cinegética. Esta metodología fue desarrollada por Kelker y permite calcular, en primer lugar, el número de efectivos antes de la caza ($\widehat{N}_1$):

$$\widehat{N}_1 = C_A - \hat{p}_{2A} \cdot (C_A + C_B) / \hat{p}_{1A} + \hat{p}_{2A} \qquad [1]$$

Si consideramos que la categoría A incluye a los machos y la B a las hembras tenemos que:

C_A: número de machos cazados; **C_B**: número de hembras cazadas

$\hat{p}_{1A}$= proporción de machos antes de la caza; **$\hat{p}_{1B}$**= proporción de hembras antes de la caza

$\hat{p}_{2A}$: proporción de machos después de la caza; **$\hat{p}_{2B}$**: proporción de hembras después de la caza

En nuestro caso:

C_A= 1200; C_B= 600

$\hat{p}_{1A}$= 300/800= 0,375; p_{1B}= 500/800= 0,625. Por tanto, P_i= 800

$\hat{p}_{2A}$= 200/1000= 0,2; p_{2B}= 800/1000= 0,8. Por tanto, P_f= 1000

Al sustituir en [1] obtenemos:

$$\widehat{N}_1 = 1200 - 0{,}2 \cdot (1200 + 600)/0{,}375 + 0{,}2 = 4800 \text{ perdices}$$

El número de perdices después de la caza (N_2) será:

$$N_2 = 4800\text{-}800 = 4000 \text{ perdices}$$

La varianza se calcula de acuerdo con la siguiente expresión:

$$V(\widehat{N}_1) = N_1^2 \cdot V(\hat{p}_{1A}) + N_2^2 \cdot V(\hat{p}_{2A}) / (\hat{p}_{1A} - \hat{p}_{2A})^2 \qquad [2]$$

Dado que los datos obtenidos en los censos se obtuvieron por observación directa los valores de $V(\hat{p}_i)$ se calculan según la siguiente expresión:

$$V(\hat{p}_i) = \hat{p}_i \cdot (1 - \hat{p}i) / n_i$$

Por tanto:

$$V(\hat{p}_{1A}) = \hat{p}_{1A} \cdot (1 - \hat{p}_{1A}) / n_i = 0,375 \cdot (1-0,375)/800 = 0,00293$$

$$V(\hat{p}_{2A}) = \hat{p}_{2A} \cdot (1 - \hat{p}_{2A}) / n_f = 0,2 \cdot (1-0.2)/1000 = 0,00016$$

Al sustituir en [1] obtenemos:

$$V(\widehat{N}_1) = 4800^2 \cdot \ 0,000293 + 4000^2 \cdot \ 0,00016 / \ (0,375 - 0,2)^2 = \ 267452,01$$

luego el $\hat{e}s(\widehat{N}_1)$= 517,15 y el intervalo de confianza al 95% es: 1,96 · 517,15= 1013,63, por lo que el número de perdices oscilaría entre 4800 $\pm$ 1013,63, esto es, entre 5814 y 3786.

Ejercicio 30

Hemos ejecutado un plan de control de depredadores en un coto que hemos dividido entre 2 sectores (A y B). Antes de proceder a las capturas realizamos un censo (n_1) en ambos sectores, para lo cual utilizamos itinerarios fijo. Después aplicamos un plan de capturas (C) y finalmente realizamos otro censo para estimar el número de depredadores que quedaban en el coto ¿Cuál es la población estimada de depredadores en el coto?

Solución:

En este caso se trata de una población cerrada (suponemos que los depredadores no salen del coto) con extracción.

La fórmula que nos permite calcular $\hat{\boldsymbol{N}}_1$ se ajusta a la expresión:

$$\hat{N}_1 = C \cdot I_1 / I_1 - I_2 \quad [1]$$

Donde **C** son las capturas e **I** es un índice de abundancia: $I_i = n_i/f_i$, donde $\mathbf{n_i}$ es el número de capturas y $\mathbf{f_i}$ el esfuerzo aplicado. En este caso al aplicar un esfuerzo constante (itinerarios fijos) tenemos que $I_i = n_i$.

Los datos obtenidos en los censos y el programa de captura fueron los siguientes:

$$n_{1A} = 150,\ n_{2A} = 23;\ C_A = 49$$

$$n_{1B} = 190,\ n_{2B} = 31;\ C_B = 66$$

Sustituyendo en [1] tenemos que:

$$\text{Parcela A:} \quad \hat{N}_1 = 49 \cdot 150/\ 150\text{-}23 \simeq 58$$

$$\text{Parcela B:} \quad \hat{N}_1 = 66 \cdot 190/190\text{-}31 \simeq 79$$

La varianza se calcula del siguiente modo:

$$CV^2(\hat{N}) = (q/p)^2 \cdot (1/p \cdot N) \cdot (1+1/q) \quad [2]$$

donde $p = (n_1 - n_2)/n_1$, que representa la proporción de individuos vistos.

Parcela A: $p_A = (150\text{-}23)/150 = 0{,}85$; por tanto $q_A = 1\text{-}0{,}85 = 0{,}15$

la varianza en la parcela A se obtiene sustituyendo en [2]:

$$CV^2(\hat{N}_A) = (0{,}15/0{,}85)^2 \cdot (1/0{,}85 \cdot 58) \cdot (1+1/0{,}15) = 0{,}00475$$

Parcela B: $p_B = 190\text{-}31/190 = 0{,}83$; por tanto $q_B = 1\text{-}0{,}83 = 0{,}17$

La varianza de la parcela B también se obtiene a partir de [1]:

$$CV^2(\widehat{N}_B) = (0{,}17/0{,}83)^2 \cdot (1/0{,}83 \cdot 79) \cdot (1+1/0{,}17) = 0{,}00433$$

Finalmente calculamos el error estándar y los intervalos de confianza:

Parcela A: $\hat{e}s(\widehat{N}_A) = \widehat{N}_A \cdot CV = 58 \cdot 0{,}067 = 3{,}89$. El intervalo de confianza es igual a $\widehat{N}_A \pm 2$ $\hat{e}s(N_A) = 58 \pm 7{,}78 \simeq 66\text{-}50$

Parcela B: $\hat{e}s(\widehat{N}_B) = \widehat{N}_B \cdot CV = 79 \cdot 0{,}066 = 5{,}19$. El intervalo de confianza es igual a $\widehat{N}_A \pm 2$ $\hat{e}s(\widehat{N}_A) = 79 \pm 10{,}39 \simeq 89\text{-}69$

Ejercicio 31

Con objeto de realizar un censo de urracas en un coto de caza menor colocamos treinta trampas equidistantes que se revisaron cada día. El muestreo se realizó durante dos días seguidos. El primer día se capturaron 25 urracas y el segundo 12. Con estos datos calcular el tamaño de la población.

Solución:

Utilizaremos la fórmula de Seber y Lecen, para lo cual nuestro muestreo debe cumplir tres condiciones: a) que el esfuerzo sea constante, que lo es por mantener el mismo número de trampas; b) que el número de capturas del primer día sea mayor que el del segundo día y c) que se trate de dos capturas sucesivas.

Si llamamos $\mathbf{C_1}$= 25 y $\mathbf{C_2}$= 12 a las capturas del primer y segundo día respectivamente, el tamaño poblacional se calcula de acuerdo a la siguiente expresión:

$$N = C_1^2/C_1 - C_2$$

En este caso:

$$N = 25^2/25-12 = 40{,}07$$

La fórmula para calcular la varianza es:

$$V(N) = C_1^2 \cdot C_2^2 \cdot (C_1 + C_2)/(C_1 - C_2)^4$$

Por tanto:

$$V(N) = 25^2 \cdot 12^2 \cdot (25 + 12)/(25 - 12)^4 = 116{,}59$$

Con lo que es(N)= 19,79, por lo que el intervalo de confianza sería $N \pm 1{,}96 \cdot es(N) = N \pm 21{,}16$, por tanto entre 61 y 19.

OTROS

Ejercicio 32

Unos inversores extranjeros desean hacer una oferta de arrendamiento del coto que gestionamos. Tras una visita al coto nos solicitan un informe sobre el valor cinegético del mismo en los últimos 5 años. Se trata de un coto amplio donde hay especies de caza mayor y menor (tomado de Colegio de Ingenieros de Montes, 2016).

Solución:

El valor cinegético de un coto (**V**) se obtiene por la suma del valor cinegético de la caza menor (**V_{cm}**) y de la caza mayor (**V_{CM}**):

$$V = V_{cm} + \mathrm{V_{CM}}$$

El valor de la caza se obtiene por la suma de todas las piezas de caza mayor y menor durante el periodo a analizar:

$$V = V_{cm} + \mathrm{V_{CM}} = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{V_{cmi}} + \sum_{i=1}^{n} \mathrm{V_{CMi}}$$

Como en los cotos podemos encontrar diferentes especies de caza, tanto de mano como de mayor, y para evitar cálculos complicados se procede a la normalización de todas las especies, esto es, valorarlas en función de una sola especie. Este valor es el denominado valor de pieza equivalente (**PE**), que es el valor que tiene en el mercado que se asigna a una especie cinegética en función de otra. En caza menor la especie de referencia es la perdiz roja y en caza mayor el ciervo. En nuestro caso vamos a tomar valores máximos, es decir, el valor de la pieza equivalente es 60 euros (el valor que tendría una perdiz) y la del ciervo de 1200 euros. La equivalencia no afectaría sola al precio, sino también a la categoría. No es lo mismo cazar una codorniz que una liebre, por lo que también existen los denominados coeficientes de equivalencia (**CE**). Así por ejemplo una codorniz equivale a 0,30 perdices y un jabalí macho joven a 0,15 ciervos.

Por tanto, para la caza menor tendremos que:

$$V_{cm} = \sum_{i=1}^{n} [(\mathrm{CA_i} \cdot \mathrm{CE_i} \cdot \mathrm{PE_i}) \cdot \mathrm{CR_i}]$$

Donde **CA_i** es el número de piezas cazadas; **CE_i** es el número de piezas equivalentes y **PE_i** el valor de la pieza equivalente de caza menor. **CR_i** es el coeficiente de reducción aplicable a las especies de caza menor. Este valor es mayor o menor que 1 y se aplica en función del interés cinegético de la especie. No es lo mismo cazar conejos en una zona donde son muy abundantes (por tanto sería poco interesante cazarlos) que en zonas donde la población ha sido mermada por enfermedades sería más interesante cazarlos). En el primer caso CR_i sería menor que 1 y en el segundo mayor. Para la caza mayor se procedería del mismo modo.

Lo primero que debemos hacer es obtener el número total de piezas abatidas, excluyendo las que no tienen interés cinegético (zorros, urracas, etc.):

Especie	Temporada cinegética					
	2013/2014	2014/2015	2015/2016	2016/2017	2017/2018	Total
Conejo	1500	1200	1000	700	900	5300
Liebre	450	320	289	321	413	1793
Perdiz roja	2300	1800	1680	2400	3200	11380
Codorniz	180	98	158	370	189	995
Tórtola	250	250	250	250	250	1250
Paloma	1700	1250	1450	1600	1789	7789
Zorzal	540	489	620	758	489	2896

Los coeficientes de equivalencia (CE) son siempre constantes con independencia del valor de mercado de cada pieza. El precio equivalente (PE) puede fluctuar aunque muy poco. En este caso hemos tomado 60 y 1200 euros para las especies de caza menor y mayor respectivamente. Finalmente consideramos que el coto está bien gestionado, con cargas ordenadas y no es necesario aplicar coeficientes de reducción, por lo que CR=1. Por tanto tendremos que para la caza menor:

Especie	Parámetros de la ecuación				
	Total	CE	PE	CR	Valor cinegético (€)
Conejo	5300	0,4	60	1	127200
Liebre	1793	1	60	1	107580
Perdiz roja	11380	1	60	1	682800
Codorniz	995	0,3	60	1	17910
Tórtola	1250	0,35	60	1	26250
Paloma	7789	0,4	60	1	186936
Zorzal	2896	0,08	60	1	13900,8
TOTAL (euros)					1162576,8

En el caso de las especies de caza mayor tenemos la siguiente tabla de capturas:

Especie	Temporada cinegética					
	2013/2014	2014/2015	2015/2016	2016/2017	2017/2018	Total
Jabalí (macho trofeo)	2	1	1	0	1	5
Jabalí (macho)	15	6	8	12	6	47
Jabalí (hembra)	6	9	12	15	6	48
Ciervo (trofeo)	1	4	1	0	0	6
Ciervo (macho)	42	32	25	31	12	142
Ciervo (hembra)	6	5	2	5	5	23
Gamo (macho)	1	1	1	0	0	3

Los parámetros serían los siguientes:

Especie	Parámetros de la ecuación				
	Total	CE	PE	CR	Valor cinegético
Jabalí (macho trofeo)	5	0,3	1200	1	1800
Jabalí (macho)	47	0,15	1200	1	8460
Jabalí (hembra)	48	0,15	1200	1	8640
Ciervo (trofeo)	6	1,5	1200	1	10800
Ciervo (macho)	142	1	1200	1	170400
Ciervo (hembra)	23	0,2	1200	1	5520
Gamo (macho)	3	0,75	1200	1	2700
Total (euros)					208320

Por tanto:

$$V = V_{cm} + \mathrm{V_{CM}} = 1162576{,}8 + \ 208320 = 1370896{,}8 \text{ euros}$$

Ejercicio 33

En el Plan Técnico de un coto de 2500 ha se tiene previsto eliminar 50 urracas como medida de control de depredadores. Se contrata a un experto durante 2 meses (500 euros/mes) que elimina 42 urracas. Los informes de la guardería indican que cada urraca consume 2 pollos o huevos de perdiz por temporada. El coste de una perdiz es de 60 euros. Con estos datos ¿Qué número de urracas supone un daño económico para el coto?

Solución:

De acuerdo con Colegio de Ingenieros de Montes (2016) el nivel de daño económico en un coto (**NDE**) es la densidad de depredadores que producirá pérdidas económicas tales que la gestión económica no será entable si no se aplica un control sobre ellos. Así:

$$NED = \frac{C}{V \cdot P \cdot E}$$

Donde:

C es el coste, por hectárea, que supone el control de los depredadores. **V** es el coste de producir una pieza de caza o su valoración económica. **P** son las pérdidas que provoca el depredador y **E** es la tasa de eficacia, es decir, el número de depredadores controlados respecto a los previstos. En este caso tenemos que:

$$\mathrm{C} = \frac{1000 \text{ euros}}{1200 \text{ ha}} = 0{,}83 \text{ euros/ha}$$

$$\mathrm{E} = \frac{42 \text{ urracas eliminadas}}{50 \text{ urracas previstas}} = 0{,}84$$

Por tanto:

$$\mathrm{NED} = \frac{0.83\ \cancel{\text{euros}}/\text{ha}}{60\ \cancel{\text{euros}}/\cancel{\text{perdiz}}\ \cdot 2\ \cancel{\text{perdices}}/\text{urraca}\ \cdot 0.84} = 0{,}0082 \text{ urracas/ha}$$

Finalmente:

$$0{,}0082 \text{ urracas/ha} \cdot 2500 \text{ ha} = 20{,}5 \text{ urracas} \simeq 21 \text{ urracas}$$

Por tanto, por encima de 21 urracas se empezarían a ocasionar daños económicos en el coto.

BIBLIOGRAFÍA

Badii, M.H.; Guillén, A.; Landeros, J.; Cerna, E.; Ochoa, Y.; Valenzuela, J., 2012. Muestreos por métodos de captura-recaptura. *Daena: International Journal of Good Conscience*, 7(1): 97-131.

Badii, M.H.; Guillén, A.; Abreu,J.L.; Landeros, J.; Cerna, E.; Ochoa, Y., 2012. Métodos absolutos y relativos de muestreo. *Daena: International Journal of Good Conscience*, 7(1): 78-84.

Badii, M.H.; Guillén, A.; Landeros, J.; Cerna, E., 2012. Dispersión espacial: el prerrequisito esencial para el muestreo. *Daena: International Journal of Good Conscience*, 7(1): 40-71.

Colegio de Ingenieros de Montes, 2016. Ordenación Cinegética. Guía Metodológica para proyectos y planes técnicos. Colegio de Ingenieros de Montes y Ministerio de Agricultura y Medio Ambiente, Madrid.

Covisa, J., 1998. Ordenación cinegética: proyectos de ordenación y planes técnicos. Cinegética y Naturaleza, Madrid.

Pedrosa, I., 2005. Ordenación y gestión de recursos piscícolas y cinegéticos. 50 problemas resueltos relacionados con la materia. Universidad de Santiago de Compostela.

Peiró, V., 2003. Gestión ecológica de recursos cinegéticos: Gestión de recursos biológicos. Universidad de Alicante.

Sutherland, W.F. 2006. Ecological census techniques. Cambridge University Press. Cambridge.

Tellería, J.L., 1989. Manual para el censo de los vertebrados terrestres. Raíces, Madrid.